Collège de Saussure Epreuve de mathématiques de 1re année, niveau avancé	
Maître	Jean-Marie Delley
Date	13 mai 2019
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	• **répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire les feuilles quadrillées fournies en y ajoutant votre nom ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : …………………………………….. Prénom : ………………... Groupe : …….

Répartition des points

Exercice 1 : 13 points

Exercice 2 : 16 points

Exercice 3 : 6 points

Exercice 4 : 21 points

Exercice 5: 6 points

Exercice 6: 8 points

Notations : 2 points

Retour des 5 fiches de suivi : 2 points

Auto-éval des 2 fiches de suivi : 1 point

Pré-total : ……. / 75 points

Exercice 7: max 7 points

Français (facultatif) : max 2 points

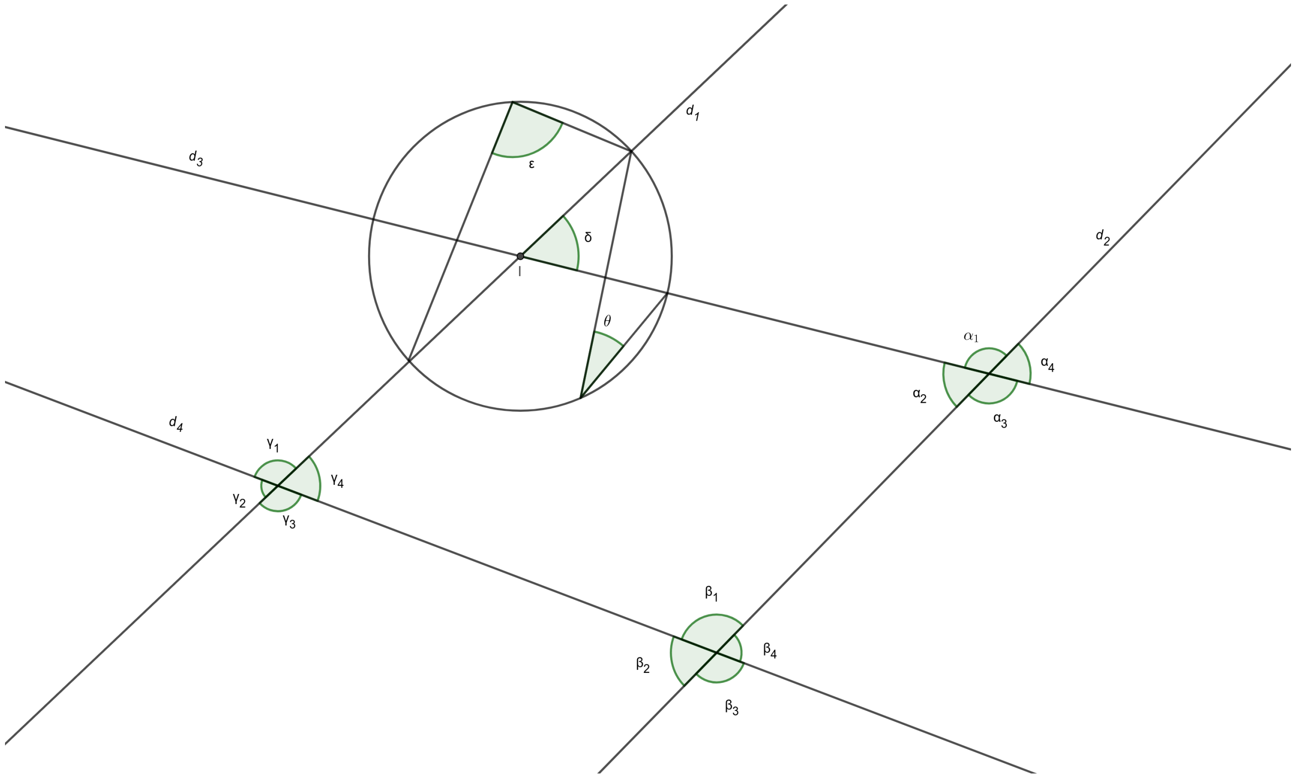
Total final: ……. / 75 points

Note : ………

Début du travail

Exercice 1 (13 points)

On considère le schéma suivant, où $d_1 \| d_2$ mais d_3 n'est pas parallèle à d_4 :



(a) Donner la définition précise d'un cercle :

(b) Remplacer par le vocabulaire adéquat :

i. γ se lit ....

ii. ϵ se lit ....

iii. γ_4 et β_4 sont ....

iv. γ_1 et γ_2 sont ....

v. α_2 et α_4 sont ....

vi. α_2 et δ sont ....

vii. δ est un angle .... dans le cercle

viii. θ est un angle .... dans le cercle

(c) les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier précisément (niveau 3) :

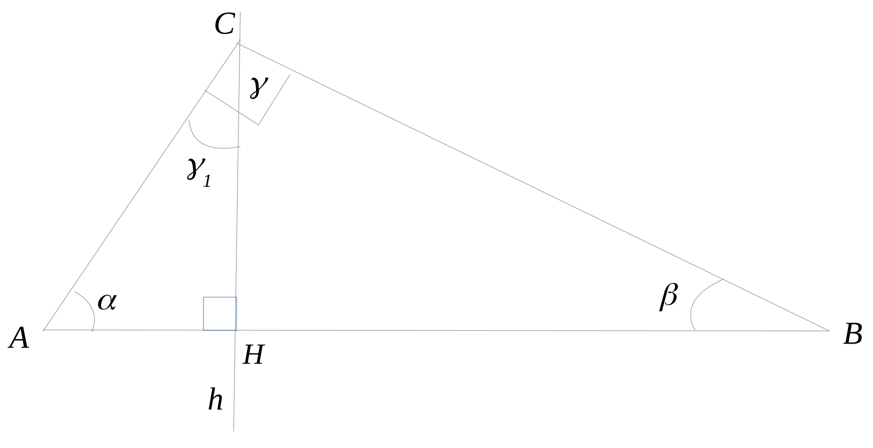
i. Conjecture : $\gamma_3 = \beta_3$

ii. Conjecture : $2\theta = \delta$

iii. Conjecture : $\epsilon = 90°$

Exercice 2 (16 points)

On considère le schéma ci-dessous :



(a) Enoncer précisément le théorème d'Euclide (en fonction de ce schéma) :

(b) Toujours en fonction du schéma, remplir les [...............] ci-dessous dans la démonstration de ce théorème ; les arguments doivent provenir pour essentiellement de ceux qui sont inclus dans la fiche annexée « Outils de base de la géométrie euclidienne » :

Démonstration pour $\overline{AC}^2=\overline{AH}\cdot[............]$ (identique pour $\overline{BC}^2=\overline{BH}\cdot[..............]$) :

idée : nommer $\gamma_1=[..................]$ puis comparer ΔAHC et $[...........................]$

- $\widehat{AHC}=90$, car [……………………………...] et $\gamma=90°$, car [……………………]
  α est commun à ΔAHC et à $[...........................]$

- par ailleurs, on a : $\alpha+\gamma_1+90=180$, car [Thm $\sum \alpha\Delta=180$]
  $\Leftrightarrow \gamma_1=90-\alpha$, car [-90 et $-\gamma_1$]
  et aussi $\alpha+\beta+\gamma=180$, car [Thm $\sum \alpha\Delta=180$]
  $\Leftrightarrow \beta=90-\alpha$, car [-90 et $-\gamma$]
  donc $\gamma_1=\beta$, car [comparaison]

- ainsi $\Delta AHC\sim\Delta ABC$, car […………………….]

- $\overline{AH}$ correspond à […………………….] ,

  car [opposés au même angle $\gamma_1=\gamma$ dans les deux triangles]
  $\overline{CH}$ correspond à […………………….],

  car [opposés au même angle α dans les deux triangles]

  $\overline{AC}$ correspond à […………………….],
  car [opposés au même angle $\widehat{AHC}=\widehat{BCA}$ dans les deux triangles]

- donc $\dfrac{\overline{AH}}{[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.]}=\dfrac{\overline{CH}}{[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.]}=\dfrac{\overline{AC}}{[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.]}$,

  car […………………….]

  d'où on retient $\dfrac{\overline{AH}}{[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.]}=\dfrac{\overline{AC}}{[\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.]}$
  et donc […………………….]

cqfd

◦

Exercice 3 (6 points)

Répondre en donnant les justifications précises (niveau 3).

$\Delta\, ABC$ est un triangle isocèle en A et $\widehat{BCA} = 60°$.

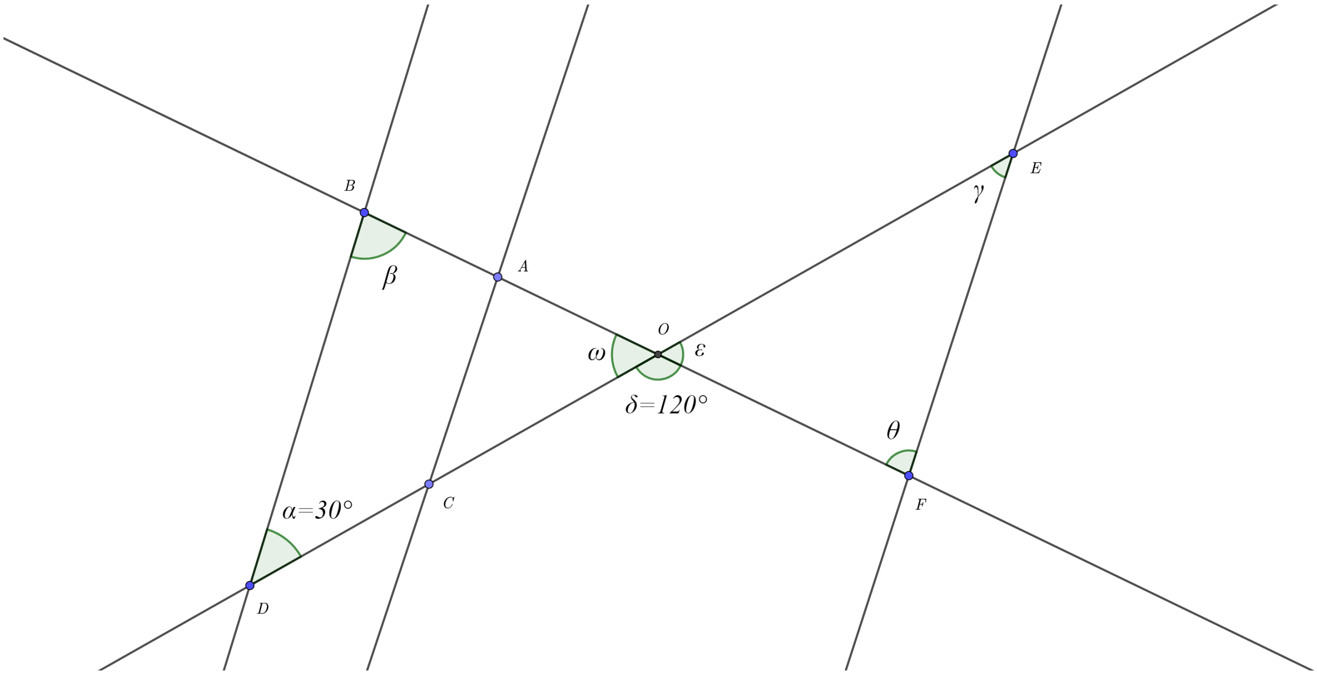
(a) Déterminer $\widehat{CAB}$ et $\widehat{ABC}$

(b) Que peut-on dire du $\Delta\, ABC$? Justifier.

Exercice 4 (21 points)

Donner les arguments principaux (niveau 2).

On considère la situation suivante, dans laquelle on a : *B, A,O F* et *D,C,O,E* sont alignés, d_{BD} est parallèle à d_{EF},,, $\overline{BO}=24$, $\overline{DO}=48$ et $\overline{OE}=12$.



(a) Calculer les angles ω et β et en déduire la nature du triangle ΔOBD .

(b) Calculer $\overline{BD}$ en donnant une réponse exacte simplifiée au maximum.

(c) Calculer les angles ϵ , θ et γ et en déduire la relation entre les triangles ΔOBD et ΔEOF .

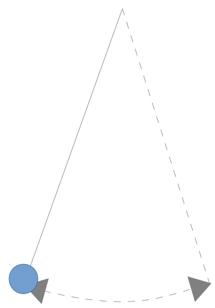
(d) Calculer $\overline{OF}$; ici, les calculs suffisent.

(e) On donne $\overline{AO}=12$, $\overline{AC}=12\sqrt{3}$ et $\overline{OC}=24$. Les triangles ΔOBD et ΔOAC sont-ils semblables ?

Exercice 5 (6 points)

Pour cet exercice, on ne demande que le détail des calculs comme justification et d’arrondir au dixième.

L'extrémité d'un pendule de 30 cm de long décrit un arc de cercle de 10 cm de longueur.



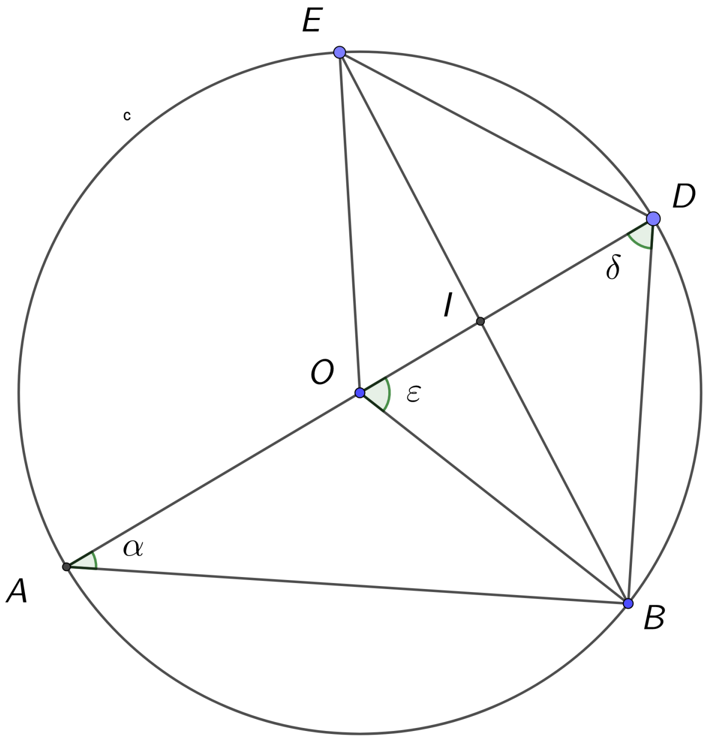
(a) Quel est l'angle décrit au cours d'une oscillation du pendule ?

(b) Quelle est l'aire du secteur ainsi décrit ?

Exercice 6 (8 points)

Pour cet exercice, on ne demande que les justifications principales (niveau 2).

Dans le schéma ci-dessous, *O* est le centre du cercle, *A,O,I, D* sont alignés *A, B, D* et *E* appartiennent au cercle. On donne $\widehat{DEI}=37°$. Déterminer α, ϵ et δ



Exercice 7 (facultatif : max 7 points)

(a) L'étymologie de « géométrie » est …………………..…………………………………….

(b) L'origine de la géométrie est attribuée à la civilisation ……………………………………..

Le contexte était …………………………………..……………………………………...
…………………………………..…………………………………..…………………..
…………………………………..…………………..……………………………………..

(c) Quand Pythagore a-t-il vécu (environ) ? …………………………………………………….

(d) Comment s'appelle le livre considéré comme le livre majeur de la géométrie?

……………………………………………………………………………………………..

Qui l'a écrit? ……………………………………………………………………………

Annexe : boîte à outils de géométrie

Des notions fondamentales

☐ le plan, les points, les sous-ensembles de points ;

☐ l'appartenance, l'union et l'intersection ;

☐ les droites, demi-droites, segments, surfaces,

☐ distance entre deux points, longueur, aire, mesure d'un angle.

Des définitions

☐ angle, angle plein *[Déf «α plein»]*, angle plat *[Déf «α plat»]*, angle droit *[Déf «α droit»]*

☐ angles complémentaires *[Déf «α compl»]*, supplémentaires *[Déf «α suppl»]*, opposés *[Déf «α opp »]*, correspondants *[Déf «α corr»]*, alternes-internes *[Déf «α alt-int»]*

☐ droites sécantes, parallèles *[Déf «dr. par.»]*, perpendiculaires *[Déf «dr. perp.»]*

☐ triangle, côtés, sommets, côtés opposés ;

☐ triangle rectangle *[Déf «Δ rect»]*, isocèle *[Déf «Δ isoc»]*, équilatéral *[Déf «Δ équi»]* ;

☐ quadrilatère *[Déf «quadrilatère»]*, trapèze *[Déf «trapèze»]*, parallélogramme *[Déf «parallélogramme»]*, rectangle *[Déf «rectangle»]*, losange *[Déf «losange»]*, carré *[Déf «carré»]* ;

☐ polygone (régulier), côtés, sommets

☐ côtés correspondants *[Déf «côtés corr »]*, triangles semblables *[Déf «Δ sembl »]*

☐ cercle (centre, rayon), disque, secteur, longueur d'arc, angle au centre, angle inscrit, tangente

Des notations

☐ angle : $\widehat{ABC}$ ou $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon, \ldots$

☐ triangle : ΔABC et les notations usuelles dans le triangle

☐ triangles semblables : $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

Un axiome important

☐ relation entre angles correspondants et parallélisme des droites qui les portent *[Ax «α corr»]*

Des théorèmes démontrés

☐ sur les angles opposés *[Thm «α opp»]*

☐ relation entre angles alternes-internes et parallélisme des droites qui les portent *[Thm «α alt-int»]*

☐ somme angles d'un triangle *[Thm «$\Sigma\alpha\Delta$=180»]*

☐ théorème de Thalès *[Thm «Thales»]* et sa contraposée *[Thm «contr-Thales»]*

☐ théorème de Pythagore *[Thm «Pyth»]* et sa contraposée *[Thm «contr-Pyth»]*

☐ théorème de la hauteur *[Thm «hauteur»]* et théorème d'Euclide *[Thm «Euclide»]*

☐ théorème angles au centre et inscrit [*Thm «α centre/inscrit»*]

☐ théorème angles inscrits [*Thm «α inscrits»*]

☐ théorème cercle de Thalès *[Thm «cercle Thales»]*

Des théorèmes non démontrés

☐ aires des quadrilatères *[thm «aires»]*

☐ les côtés opposés d'un parallélogrammes sont de longueurs égales *[thm «parallélogr.»]*

☐ angles dans un triangle isocèle *[thm«Δ isoc»]*

☐ angles dans un triangle équilatéral *[thm«Δ équi»]*

☐ réciproque du thm de Pythagore *[thm «récipr-Pyth»]* et sa contraposée *[thm « contr-récipr-Pyth»]*

☐ relation mesure d'angle, longueur d'arc, aire du secteur dans un disque *[thm «rel. α/arc/sect»]*

☐ théorème tangente au cercle [*Thm «tg cercle»*]