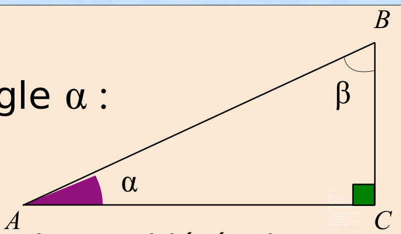
Trigonométrie

Pourquoi?

1: en 1re	Pour **établir des relations** entre les mesures d'angles et les longueurs des côtés dans les triangles rectangles
2: en 2e	Pour **établir des relations** entre les mesures d'angles et les longueurs des côtés dans les triangles quelconques
3: en 2e	Pour **modéliser les phénomènes périodiques** à l'aide de fonctions trigonométriques réelles

1 : Trigonométrie du triangle rectangle

Vocabulaire



Dans un triangle rectangle, si on considère un angle α :
$[BC]$ est le **côté opposé** *[par rapport à α]*
$[AC]$ est le **côté adjacent** *[par rapport à α]*

Remarque : ce vocabulaire est donc relatif au choix de l'angle considéré; si on considère l'angle β, alors $[BC]$ est l'adjacent et $[AC]$ l'opposé !

$[AB]$ est **l'hypoténuse** du triangle

Définition

$$sin(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$ on dit : sin-opp-hyp

$$cos(\alpha)=\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$ on dit : cos-adj-hyp

$$tan(\alpha)=\frac{\text{côté opposé}}{\text{adjacent}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$$ on dit : tan-opp-adj

Remarque : on dit aussi parfois SOH-CAH-TOA pour se rappeler toutes ces relations !

Remarques

1) pour déterminer un angle à partir de la connaissance des longueurs des côtés, on écrit $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$ *[pour expliquer cette notation, on fera en 1re référence à la notion de préimage; en 2e à celle de fonction réciproque]*

$$sin^{-1}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)=\alpha \qquad cos^{-1}\left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)=\alpha \qquad tan^{-1}\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\right)=\alpha$$

2) concrètement, pour calculer un sinus, un cosinus, une tangente ou pour déterminer un angle, on utilise le plus souvent la calculatrice (sauf dans le cas des angles 30°, 45° et 60° (voir "Théorèmes" plus loin); les valeurs des sinus, cosinus et tangente étant le plus souvent petites, il faut être attentif à bien gérerles arrondis !

cc BY NC SA

Théorèmes

1) Si $\alpha \in]0°;90°[$, alors $sin(\alpha) \in]0;1[$, $cos(\alpha) \in]0;1[$, $tan(\alpha) \in]0;+\infty[$

2) Si $\alpha \in]0°;90°[$, alors $sin^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$

3) Si α et β sont complémentaires, alors on a :

$sin(\alpha) = cos(\beta)$, $cos(\alpha) = sin(\beta)$ et $tan(\alpha) = \frac{1}{tan(\beta)}$

4) Si $\alpha \in]0°;90°[$, alors $tan(\alpha) = \frac{sin(\alpha)}{cos(\alpha)}$

5) On a :

	sinus	cosinus	tangente
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

2 : Trigonométrie du triangle quelconque

3 : Fonctions trigonométriques

à suivre ...

CC BY NC SA