

Systemes 3x3

Résoudre un système 3x3 – càd un système de trois équations (linéaires) à trois Inconnues, c'est déterminer tous les **triplets** (x;y;z) qui vérifient les trois équations

exemple

on commence par identifier une des trois variables qu'on souhaite éliminer

pour cela, on choisit deux des trois équations, on les multiplie si nécessaire afin que lorsqu'on les additionne, la variable z soit éliminée

on obtient ainsi une nouvelle équation – la 4e – qui n'a plus que x et y comme inconnues!

on recommence à l'identique avec deux autres des trois équations de départ ... et on obtient une 5e équation, qui n'a elle aussi plus que x et y comme inconnues

Si on considère maintenant le système 2x2 constitué des deux équations ④ et ⑤, on a affaire à un système 2x2 classique qu'on sait résoudre !

on choisit l'équation ④ ou ⑤ pour déterminer y

on choisit l'équation ①, ② ou ③ pour déterminer z

La solution est un ensemble qui contient – dans ce cas ! - un unique triplet

Parfois, on remplace le système initial par un système équivalent de la forme d'un **système triangulé** : on garde une des équations de départ à 3 inconnues, un des deux nouvelles équations ④ ou ⑤ à deux inconnues et la dernière à une inconnue. Un tel système est facile à résoudre !

Remarque : comme pour les systèmes 2x2, il peut arriver qu'il n'y ait pas de solution ... ou qu'il y ait beaucoup de solutions ! Ces situations particulières et leur interprétation géométrique seront étudiées en 3e et 4e années.

Résoudre le système 3x3 suivant :

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 3x & + & y & - & 2z & = & -1 \\ \textcircled{2} & -4x & + & 3y & + & z & = & 5 \\ \textcircled{3} & 2x & - & 2y & + & 3z & = & 7 \end{cases}$$

La situation étant relativement symétrique, on choisit – par exemple - d'éliminer z :

$$\begin{array}{l} 1 \cdot \textcircled{1} \left\{ \begin{array}{l} 3x & + & y & - & 2z & = & -1 \\ -8x & + & 6y & + & 2z & = & 10 \end{array} \right. \\ + \\ \textcircled{4} & -5x & + & 7y & - & 0z & = & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-3) \cdot \textcircled{2} \left\{ \begin{array}{l} 12x & - & 9y & - & 3z & = & -15 \\ 2x & - & 2y & + & 3z & = & 7 \end{array} \right. \\ + \\ \textcircled{5} & 14x & - & 11y & + & 0z & = & -8 \end{array}$$

$$\begin{cases} \textcircled{4} & -5x & + & 7y & = & 9 \\ \textcircled{5} & 14x & - & 11y & = & -8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 11 \cdot \textcircled{4} \left\{ \begin{array}{l} -55x & + & 77y & = & 99 \\ 98x & - & 77y & = & -56 \end{array} \right. \\ 7 \cdot \textcircled{5} \\ + \\ \textcircled{6} & & & & 43x & = & 43 \\ & & & & & & x=1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{dans } \textcircled{4} : -5 \cdot 1 + 7y = 9 \\ 7y = 14 \\ y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{dans } \textcircled{2} : -4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + z = 5 \\ z = 3 \\ S = \{(1; 2; 3)\} \end{array}$$

Un système triangulé équivalent au syst. initial :

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 3x & + & y & - & 2z & = & -1 \\ \textcircled{4} & & & -5x & + & 7y & = & 9 \\ \textcircled{6} & & & & & 43x & = & 43 \end{cases}$$