

Algèbre de base

Réduire (simplifier) une expression,
c'est l'écrire sous la forme la plus "compacte" possible

Exemples $-2xyx^3 \cdot 2xy \cdot 3x^2y^4 = -12x^7y^6$
 $2xy \cdot x^3 - 2xy \cdot 3x^2y^4 + 5y \cdot x^4 = 2x^4y - 6x^3y^5 + 5x^4y = 7x^4y - 6x^3y^5$

Une **somme** (ou une **différence**) est composée de **termes**
 Un **produit** (ou un **quotient**) est composé de **facteurs**

Exemples
 $2z + 5x$ est une somme ; $2z$ et $5x$ sont les termes
 $2xyz$ est un produit ; 2 , x , y et z sont les facteurs
 $-3x + 2yz^2$ est une somme ; $-3x$ et $2yz^2$ sont les termes
 $-2yz^2$ est un produit ; -2 , y et z^2 sont les facteurs

Développer une expression, c'est la transformer
 en **somme/différence** de **termes**

1 **Distributivité** $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$, pour tous a, b et $c \in \mathbb{R}$:

Exemple $2xy \cdot (x^3 + 3x^2y^4) = (2xy) \cdot x^3 + (2xy \cdot 3x^2y^4) = 2x^4y + 6x^3y^5$

1' **Double distributivité** $(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$, pour tous a, b, c et $d \in \mathbb{R}$:

Exemple $(2+x) \cdot (xy - 3y) = (2+x) \cdot (xy + (-3y))$
 $= 2xy + 2(-3y) + xxy + x(-3y) = 2xy - 6y + x^2y - 3xy = -xy - 6y + x^2y$

2 **Identités remarquables** Pour tous a, b et $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$(a+b) \cdot (a+b) = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b) \cdot (a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a) \cdot (x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Exemple $(t+3)^2 - 16 = [(t+3) - 4] \cdot [(t+3) + 4] = (t-1) \cdot (t+7)$

Factoriser une expression, c'est la transformer en **produit** de **facteurs**

1

Mise en évidence $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$, pour tous a, b et $c \in \mathbb{R}$:

Exemple

$$12(2x+3)x^2y^2 - 3(2x+3)xy = 3(2x+3)xy \cdot [4xy - 1]$$

Remarque : la mise en évidence, c'est la distributivité « à l'envers » !

2

Identités remarquables

Pour tous a, b et $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a) \cdot (x + b)$$

Exemple

$$(t + 3)^2 - 16 = [(t + 3) - 4] \cdot [(t + 3) + 4] = (t - 1) \cdot (t + 7)$$

3

Trucs et astuces à venir ...

L'identité $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ et les identités remarquables servent autant à développer qu'à factoriser !

Pourquoi factoriser?

Les **équations** permettent de **modéliser** toutes sortes de situations.
Factoriser aide très souvent à **résoudre** des équations de degré > 1

Il est très difficile de **résoudre** une équation du type $x^4 + (x + 3) + (x - 4) = 0$

Par contre, si l'équation est constituée d'une expression factorisée et de 0 :

$$x^4(x + 3)(x - 4) = 0$$

La résolution est souvent simple :

$$\begin{aligned} x^4(x + 3)(x - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^4 = 0 \text{ ou } x + 3 = 0 \text{ ou } (x - 4) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -3 \text{ ou } x = 4 \end{aligned}$$

$$S = \{-3; 0; 4\}$$

Factoriser aide aussi à **simplifier** des **fractions rationnelles**
 Et à **résoudre** des **inéquations** de degré > 1

En 2e ...