Equations du deuxième degré - v1

Quoi ?

Définition

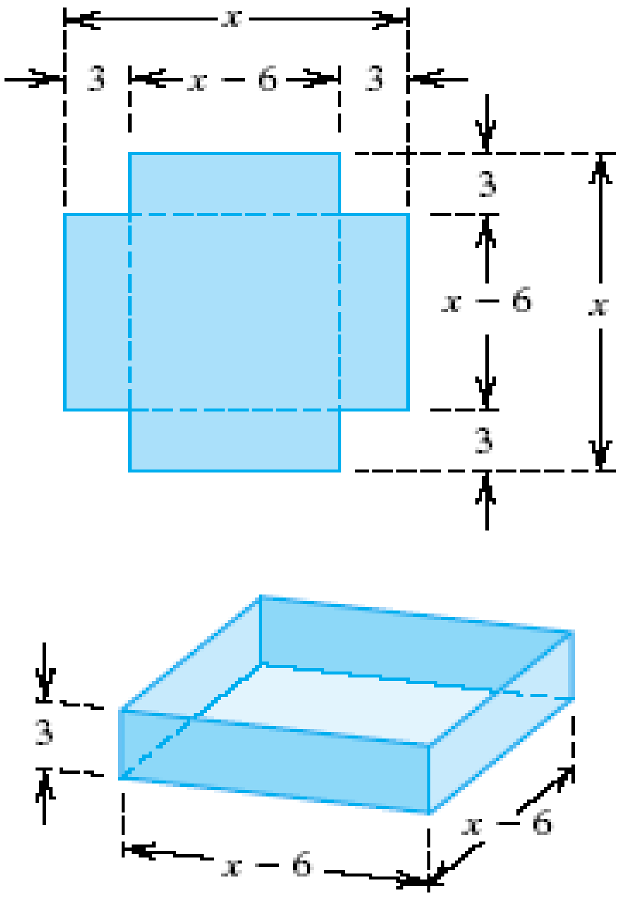
Une **équation du deuxième degré** est une équation polynomiale *p(x)=q(x)* telle que le degré de *p(x)-q(x)* est égal à 2. Elle est toujours équivalente à une équation de la forme $ax^2+bx+c = 0$, où x est une **variable** réelle et a, b et c sont des **constantes** réelles $(a \neq 0)$

Exemples

$$\left.\begin{array}{l} 2x^2-3=-3x^2+x-1 \\ \pi\, x^2-3\cdot\sqrt{2}+x=1 \end{array}\right\}$$ sont des équations du 2e degré

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{1}{x^2-1}=2 \\ \pi\, x^3-3\cdot\sqrt{2}+x=1 \end{array}\right\}$$ ne sont pas des équations du 2e degré

Pourquoi ?



Certains problèmes conduisent à devoir résoudre une telle équation :
«On veut faire une boîte ouverte de base carrée à partir d’un morceau de métal carré, en coupant à chaque coin un carré de 3 cm de côté et en pliant les côtés.
De quelle taille doit être le morceau de métal pour que la boîte ait un volume de 48 cm3 ?»

L'équation est alors : $3(x-6)^2=48$

équivalente à: $x^2-12x+18=0$

Résoudre une équation du deuxième degré

Comment ?

Cas particulier (ou équivalent)
$x^2 = a$ *(pas de terme en* x*)*

non

Cas général

1 on écrit l'équation sous la forme
$ax^2 + bx + c = 0$

2 On essaye de factoriser ...

On utilise le thm du produit nul pour conclure :
$y \cdot z = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ ou } z = 0$

À suivre ...

oui

Si $a \geq 0$: $S = \{-\sqrt{a}\,;\sqrt{a}\}$

Si $a < 0$: $S = \emptyset$

Exemple

$$
\begin{aligned}
3(x-6)^2 = 48 &\Leftrightarrow (x-6)^2 = 16 && [/3]\\
&\Leftrightarrow (x-6)^2 - 16 = 0 && [-16]\\
&\Leftrightarrow [(x-6)-4][(x-6)+4] = 0 && [\text{id rem } 3]\\
&\Leftrightarrow [x-10][x-2] = 0 && [\text{réduire}]\\
&\Leftrightarrow x-10 = 0 \text{ ou } x-2 = 0 && [\text{thm produit nul}]\\
&\Leftrightarrow x = 10 \text{ ou } x = 2 && [\text{résol. éq d°1}]
\end{aligned}
$$

$$S = \{2\,;10\}$$

Remarque: on aurait aussi pu résoudre comme cas particulier

$$
\begin{aligned}
3(x-6)^2 = 48 &\Leftrightarrow (x-6)^2 = 16 && [/3]\\
&\Leftrightarrow x-6 = \pm 4 && [\text{cas particulier}]\\
&\Leftrightarrow x = 6 \pm 4 && [+6]\\
&\Leftrightarrow x = 6+4 = 10 \text{ ou } x = 6-4 = 2 && [\text{réduire}]
\end{aligned}
$$

$$S = \{2\,;10\}$$