

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

1. Si  $f$  est une fonction polynomiale de degré  $n$ , alors  $f$  a toujours  $n$  zéros.
2. Si une conjecture est vraie, sa réciproque est fausse.
3. Si  $f$  est une fonction réelle, alors  $\mathbb{R}$  admet toujours au moins une préimage.
4. Si  $f$  est une fonction de degré 2, alors son tableau de signes ne peut pas être totalement négatif.
5. Si  $f$  est une fonction de degré 1, alors sa pente est toujours un nombre rationnel.
6. Si  $a \in \mathbb{Z}$  et  $b \in \mathbb{Z}$  et si  $f$  est une fonction réelle définie par  $f(x) = ax^3 + bx + 1$ , alors  $-1$  ou  $1$  sont des zéros de  $f$ .
7. Si  $f$  est une fonction telle que  $f(a) = -f(a)$  pour un certain nombre  $a$ , alors  $f$  admet au moins un zéro.