Théorème du reste
cas général du thm du reste nul/thm du diviseur

Soit f une fonction polynomiale de degré n et soit $c \in \mathbb{R}$ une constante. Alors on a :

$$d \text{ est le reste de la division de } f(x) \text{ par } x - c \iff f(c) = d$$

On peut également énoncer ce théorème ainsi :

Soit f une fonction polynomiale de degré n et $c \in \mathbb{R}$ une constante. Alors on a :

a. Si d est le reste de la division de $f(x)$ par $x - c$, alors $f(c) = d$
b. Si $f(c) = d$ alors d est le reste de la division de $f(x)$ par $x - c$

1. Quelles sont les hypothèses et les conclusions de ce théorème ?
2. Comment appelle-t-on b. par rapport à a. ?
3. Dans la démonstration ci-dessous, donner les arguments qui manquent et compléter lorsque c'est nécessaire :

Démonstration de a. :

- on divise $f(x)$ par $x-c$ et on obtient $f(x)=q(x)(x-c)+d$

  car [ARG1: ....]

- on en déduit que $f(c)=q(c)(c-c)+d$

  car [ARG2: ....]

- d'où $f(c)=d$

  car [ARG 3: ....]

Démonstration de b. :

- on divise $f(x)$ par $x-c$; on obtient donc $f(x)=q(x)(x-c)+r(x)$, avec $q(x)$ de degré […..............] et $r(x)$ de degré […..............]

- on peut donc poser $r(x)=r$, avec $r \in \mathbb{R}$ une constante

  car [ARG1: ....]

- on pose maintenant $x=c$ dans $f(x)=q(x)(x-c)+r$ et on obtient :
  $f(c)=q(c)(c-c)+r$

- d'où $f(c)=r$

  car [ARG 2: ....]

- comme on sait que $f(c)=d$

  car [ARG 3: ....]

- on en déduit que $r=d$

  car [ARG 4: ....]

- et donc que d est le reste de la division de $f(x)$ par $x - c$

  car [ARG 5: ....]