Théorème du cosinus

Si ΔABC est un triangle quelconque, alors on a :

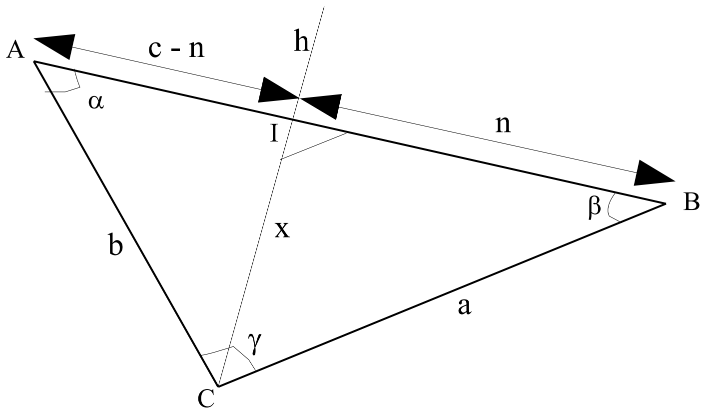
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\mathrm{bc}\cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\mathrm{ac}\cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\mathrm{ab}\cos(\gamma)$$

Démonstration

On trace h la hauteur issue de C, puis on note I le point d'intersection de h avec [AB] et



x la longueur $\overline{CI}$; on note également n la longueur $\overline{BI}$:

On a : $b^2 = x^2 + (c-n)^2$ car[ARG1 : ....]

càd : $b^2 = x^2 + c^2 - 2cn + n^2$, car [ARG2 : ....]

On a : $a^2 = x^2 + n^2$ car [ARG3 : ....]

càd : $x^2 = a^2 - n^2$, car [ARG2 : ....]

$b^2 = a^2 - n^2 + c^2 - 2cn + n^2$, car [ARG5 : ....]

$b^2 = a^2 + c^2 - 2cn$, car [ARG6 : ....]

On a aussi : $\cos(\beta) = \frac{n}{a}$
car [ARG 7 : ....]

d'où : $a \cdot \cos(\beta) = n$
car [ARG8 : ....]

D'où $b^2 = a^2 + c^2 - 2ca\cos(\beta)$, car [ARG9 : ....]

Un raisonnement similaire donne les deux autres égalités.

