Travail intermédiaire de mathématiques n°1

Date : 13 octobre 2011

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 3Ma1DF02

Nom: ....

Prénom: ....

Groupe: ....

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ .... / ....

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ .... / ....

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur

- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type «épreuve 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves

Début du travail

Exercice 1 (environ 4 points)

On veut construire une gouttière avec une feuille de métal rectangulaire de 120 cm de long et de 30 cm de large, en pliant symétriquement les deux longs côtés, et en les relevant perpendiculairement à la feuille :

On note x la hauteur d'un repli (perpendiculairement à la feuille).

(a) Exprimer la contenance C de la gouttière en fonction de x.

(b) Quel est le domaine des valeurs intéressantes (pour x) pour le problème.

(c) Représenter graphiquement C.

(d) Quelle valeur de x permet d'obtenir une gouttière qui ait une contenance maximale ?

(e) Quelle est alors la contenance de cette gouttière ?

Remarque : si vous n'avez pas trouvé de réponse à la question (a), utilisez $C(x)= 30x-2x^2$ pour répondre aux questions (c) à (e) [mais cette fonction n'est pas la bonne réponse à la question (a) !]

Exercice 2 (environ 4 points)

Soit la fonction réelle déterminée par $f(x)=x^3+x^2-x-1$.

(a) Déterminer D_f, Z_f, sa forme factorisée, l'image de 0 et de quelques autres points si nécessaire puis esquisser une représentation graphique cohérente avec les résultats obtenus.

(b) La droite $x=0$ est-elle un axe de symétrie de la courbe de f pour $x\in[-1;1]$? Justifier.

Exercice 3 (environ 7 points)

Soit la fonction réelle déterminée par $k(x)=-\ln(x+1)-1$.

(a) Déterminer D_k , Z_k et l'image de 0 et $k(1)$.

(b) Utiliser la calculatrice pour remplir la table de valeurs ci-dessous (donner les résultats arrondis au centième) :

x	**k(x)**
-0.5	
-0.6	
-0.7	
-0.8	
-0.9	
-0.99	
-0.999	
-0.9999	

(c) Qu'en conjecturer quant à la valeur de $\lim\limits_{x\to -1^+} k(x)$? Interpréter graphiquement.

(d) Votre connaissance de la fonction *ln(x)* vous amène-t-elle à confirmer ou à infirmer votre conjecture ?

(e) Représenter graphiquement la fonction *k* avec la calculatrice et reproduisez rapidement le résultat. En comparant avec les informations obtenues jusque-là, quel commentaire faites-vous quant à ce que nous fournit la calculatrice, en particulier près de x=-1 ?

(f) Représenter graphiquement la fonction k en tenant compte de toutes les informations obtenues jusque-là.

Exercice 4 (environ 7 points)

Calculer les limites suivantes et interpréter graphiquement le résultat:

(a) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{4-x}{\sqrt{13-x}-3}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x+1}}$

(c) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-5\mathrm{x}+6}{2\mathrm{x}^2-6\mathrm{x}}$

(d) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x-1}{1-x}$

(e) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1-x}{(1-x)^3}$

(f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-5\mathrm{x}+6}{2\mathrm{x}^2-6\mathrm{x}}$

Exercice 5 (environ 2 points)

On considère la fonction *f* dont on donne ci-dessous une représentation graphique :

Déterminer graphiquement :

(a) $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x \to -3} f(x)$

(c) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

(d) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

(e) $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$

(f) $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$

(g) $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$

(h) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Exercice 6 (facultatif : max environ 1.5 point)

Expliquer pourquoi on appelle un calcul de limite du type $\frac{"0"}{0}$ une indétermination ; illustrer par un ou plusieurs exemples.