Travail intermédiaire de mathématiques n°3

Date : 1er mars 2012

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 3Ma1DF03

Nom: ....

Prénom: ....

Groupe: ....

Matériel autorisé

- Calculatrice personnelle TI82

Remarques

- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	.... / ....

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	.... / ....

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur

- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type «épreuve 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves

Début du travail

Exercice 1 (environ 4 points)

Etudier entièrement la fonction réelle définie par $f(x)=\frac{-2x^2+7x-5}{x-2}$, en montrant en particulier que la dérivée est $f'(x)=\frac{-2x^2+8x-9}{(x-2)^2}$.

Exercice 2 (environ 3 points)

On veut construire un réservoir métallique de la forme d'un parallélépipède de base carrée ouvert sur le haut. Son volume doit être de $108\,m^3$.
Déterminer ses dimensions pour que la surface de métal utilisée soit minimale.

Indication : si vous n'arrivez pas à déterminer la fonction à optimiser, vous pouvez partir de la fonction *f* définie par $f(x)=\frac{x^3+250}{x}$ (qui n'est pas la réponse exacte à la question!).

Exercice 3 (environ 2 points)

Tracer une représentation graphique d'une fonction satisfaisant à toutes les conditions suivantes:

(a) $x=-2$ est une asymptote verticale de f

(b) $x=\pi$ est une asymptote verticale de f

(c) $y=3$ est une asymptote horizontale de f à $-\infty$

(d) $y=-x+1$ est une asymptote oblique de f à $+\infty$

(e) f est continue mais pas dérivable en $x=2$

(f) f n'est pas continue en $x=4$

(g) $f'(x)\leq 0$ si $x\in]-2;0[$

(h) $f'(-1)=0$

(i) f admet un maximum (local) en $x=5$

Exercice 4 (environ 4 points)

On considère le corollaire du théorème des accroissements finis dans le cas où la dérivée est positive.

(a) Enoncer précisément ce corollaire dans ce cas en identifiant les hypothèses et conclusions.

(b) Expliquer en quelques mots en quoi il est utile.

(c) On donne ci-dessous une démonstration d'une partie de ce théorème; compléter les .... et, pour chaque [ARG...], donner les arguments qui manquent (vous pouvez répondre directement sur l'énoncé):

Démonstration pour le cas où $f'(x)>0$ sur $]a;b[$

Soit $x \in [a;b]$ et $y \in [a;b]$, avec $x < y$.

On a :

f est dérivable sur $]x;y[$, car

[ARG 1: …..]

f est continue sur $[x;y]$, car

[ARG 2: …..]

Donc on peut appliquer le théorème des accroissements finis à f
sur l'intervalle …..................

car
[ARG 3:..]

On a alors :

il existe un $c \in$................. tel que $f'(c)=\dfrac{f(y)-f(x)}{y-x}$

car
[ARG 4:..]

Or, on sait que $y -$ [.................] > 0,

car [ARG 5:..]

et que $f'(c)>0$,

car [ARG 6:...]

donc $f(y)-f(x)>$[.................] ,

car [ARG 7:...]

c'est-à-dire $f(y)>f(x)$, pour tout choix de x et y avec $x < y$.

C'est ce qu'il fallait démontrer,

car [ARG 8:...]