Ch 2 §3 exercices supplémentaires n°2 // Corrigé

1. $\{a \;\; b \;\; c \;\; d \;\; e \;\; f\}$ $n=6$

a) $\left.\begin{matrix} n=6 \\ p=6 \end{matrix}\right\}$ Permutation sans répétition : $P_6 = 6! = 720$

b) $\left.\begin{matrix} n=6 \\ p=4 \end{matrix}\right\}$ arrangement sans répét. : $A_4^6 = \dfrac{6!}{(6-4)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

c) décomposer en étapes :

$$\underbrace{A_4^6}_{\text{on choisit les 4 lettres non répétées}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{4}_{\text{on choisit la lettre qu'on répète}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{5}_{\text{on choisit la place de la lettre répétée}} = 7200$$

2. $$\underbrace{C_3^9}_{\text{choisir 3 jouets pour le plus jeune, sans ordre, parmi 9}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{C_2^6}_{\text{2 jouets parmi 6 restants, sans ordre}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{C_2^4}_{\text{2 j. parmi 4 restants sans ordre}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{1}_{\text{2 j. parmi 2 restants}}$$

$= 84 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 1 = 7560$

3. $$\underbrace{C_2^7}_{\text{choisir 2 parmi 7, sans ordre}} \;\text{puis}\; \cdot \underbrace{C_3^5}_{\text{3 parmi 5 restantes, sans ordre}} \;\text{, puis}\; \cdot \underbrace{C_2^2}_{\text{2 parmi 2}}$$

$= 21 \cdot 10 \cdot 1 = 210$

4) $\underbrace{C_3^7}_{\text{choisir 3 H parmi 7, sans ordre}} \cdot \underbrace{C_2^5}_{\text{choisir 2 F parmi 5, sans ordre}} = 35 \cdot 10 = 350$

, puis

5) Avec répétition : choix de 3 lettres parmi 26 avec répétition puis choix de 4 chiffres parmi 10 avec répét

$= \overline{A}_3^{26} \cdot \overline{A}_4^{10} = 26^3 \cdot 10^4 = 175'760'000$

Sans répétition : $A_3^{26} \cdot A_4^{10} = 15600 \cdot 5040 = 78'624'000$

6) a) $P_5 = 5! = 120$

b) $\underbrace{3!}_{\text{on assied les 3 garçons côte-à-côte}} \cdot \underbrace{2!}_{\text{idem pour les filles}} \cdot \underbrace{2}_{\text{2 façons de permuter : F–G ou G–F}} = 24$

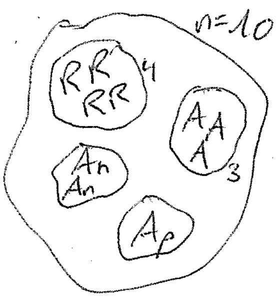
puis ... puis

c) $\underbrace{4}_{\text{on choisit la place de la 1re fille (dans le groupe des 2 F)}} \cdot \underbrace{3!}_{\text{on place les 3 G (ordre important)}} \cdot \underbrace{2}_{\text{on peut inverser les places des 2 F}} = 4$

puis ... puis

$\underset{\uparrow}{\_} \; \underset{\uparrow}{\_} \; \underset{\uparrow}{\_} \; \underset{\uparrow}{\_} \; \_$

donc parmi 4 possibilités

7) 

$\overline{P}_{10}$ (ou $\overline{P}_{4,3,2,1}$) $= \dfrac{10!}{4!\,3!\,2!\,1!} = 12600$

8) a) 15 lettres avec 2 "H"
3 "O"
2 "C"
les autres lettres 1x.

$\Rightarrow \overline{P}_{15}$ (ou $\overline{P}_{2;3;2;1;1;1;1;1;1;1;1}$)

$= \dfrac{15!}{3!2!2!}$

b) $\underbrace{3!}_{\text{mot1}} \cdot \underbrace{4!}_{\text{mot2}} \cdot \underbrace{3!}_{\text{mot3}} \cdot \underbrace{5!}_{\text{mot4}} = 103680$

9) a). $\underbrace{C_5^{10}}_{\text{5p pour le 1er tournoi, sans ordre}} \cdot \underbrace{C_5^5}_{\text{choisir 5p parmi les 5 restantes}} = 252 \cdot 1 = 252$

b) idem que a), mais en devant compter le fait que les équipes peuvent être inversées : A-B-C-D-E et F-G-H-I-J = F-G-H-I-J et A-B-C-D-E

donc $\dfrac{C_5^{10} \cdot C_5^5}{2} = 126$

c) 1p et 9p ou 2p et 8p ou 3p et 7p ou 4p et 6p ou 5p et 5p

$C_1^{10} \cdot C_9^9 + C_2^{10} \cdot C_8^8 + C_3^{10} \cdot C_7^7 + C_4^{10} \cdot C_6^6 + \dfrac{C_5^{10} \cdot C_5^5}{2}$

$= 10 \cdot 1 + 55 \cdot 1 + 120 \cdot 1 + 210 \cdot 1 + \dfrac{252 \cdot 1}{2} = 521$

comme en b)

10) On répartit 2 séparations à insérer parmi 11 places qui représentent les 11 interstices entre les 12 livres (sans ordre)

$C_2^{11} = 55$