

Droites du plan avec des vecteurs

Objectif

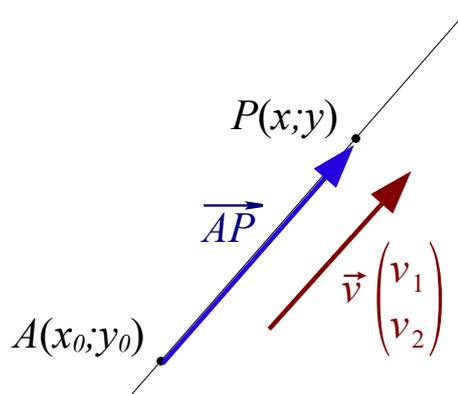
Déterminer une équation cartésienne d'une droite d du plan

Méthode 1 : un point et un vecteur directeur

Donnée

Un point A et un vecteur directeur \vec{v} connus de d

On considère un point P inconnu de d



$P \in d \Leftrightarrow \overrightarrow{AP}$ et \vec{v} sont colinéaires

$\overrightarrow{AP} = \lambda \vec{v}$ équation vectorielle de d

on écrit les vecteurs en composantes

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$\begin{cases} x - x_0 = \lambda v_1 \\ y - y_0 = \lambda v_2 \end{cases}$ système d'équations paramétriques de d

on résout le système en éliminant le paramètre λ

$ax + by + c = 0$ une équation cartésienne de d

exemple

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(1; -3)$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{AP} = \lambda \vec{v}$$

$$\begin{pmatrix} x - 1 \\ y + 3 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x - 1 \\ y + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\lambda \\ 4\lambda \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x - 1 = -3\lambda \\ y + 3 = 4\lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 1 = -3\lambda \mid \cdot 4 \mid \\ y + 3 = 4\lambda \mid \cdot 3 \mid \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} 4x - 4 = -12\lambda \\ 3y + 9 = 12\lambda \end{cases}$$

$$4x + 3y + 5 = 0$$

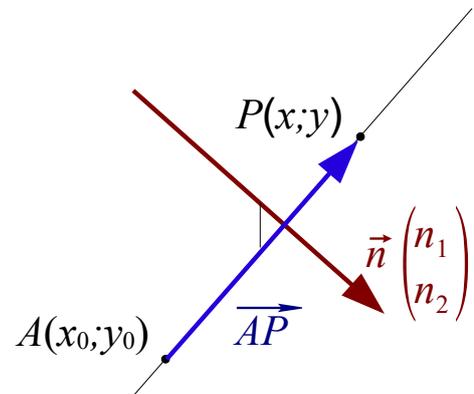
Droites du plan avec des vecteurs

Méthode 2 : un point et un vecteur normal

Donnée

Un point A et un vecteur normal \vec{n} connus de d

On considère un point P inconnu de d



$P \in d \Leftrightarrow \vec{AP}$ et \vec{n} sont orthogonaux

$$\vec{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

on écrit les vecteurs en composantes

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = 0$$

définition du produit scalaire

$$(x - x_0)n_1 + (y - y_0)n_2 = 0$$

réduire

$$ax + by + c = 0$$

une équation cartésienne de d

exemple

Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(-2;5)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\vec{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

$$\begin{pmatrix} x - (-2) \\ y - 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$$

$$(x + 2) \cdot 1 + (y - 5) \cdot (-3) = 0$$

$$x - 3y + 17 = 0$$