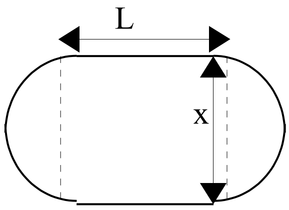
Math 3N - Préparation de la semestrielle de décembre

Exercice 1

On considère la figure ci-dessous formée d'un rectangle de longueur L et de deux demi-disques de diamètre x :



(a) Exprimer le périmètre P en fonction de L et x.

(b) Sachant que le périmètre de cette figure mesure 400 mètres, exprimer la longueur L en fonction de x.

(c) Montrer que l'aire totale $A(x)$ de cette figure en fonction de x est donnée par $A(x)=200x-\frac{\pi}{4}x^2$

(d) Déterminer les zéros de A puis représenter la graphiquement.

(e) Quelles est(sont) la(les) valeur(s) de x pour la(les)quelle(s) l'aire totale est maximale? A quelle(s) valeur(s) de L cela correspond-t-il? Que vaut alors cette aire?

Exercice 2

Calculer si elles existent les limites suivantes et interpréter graphiquement le résultat:

(a) $\lim_{x\to-\infty} x^3-4x^2+\frac{2}{x^5}-1$

(b) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x^2-4}$

(c) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{9x^2+7x}-4x}{x-1}$

(d) $\lim_{x\to-\infty}\frac{-x^3-2x^2+1}{2x^3-8}$

(e) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-5}{x^2-x-2}$

(f) $\lim_{x\to 0}\frac{x^7+2x^6+x^4}{x^4-16}$

(g) $\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-1}{(3-x)^4}$

Exercice 3

Vrai ou faux ? Justifier.

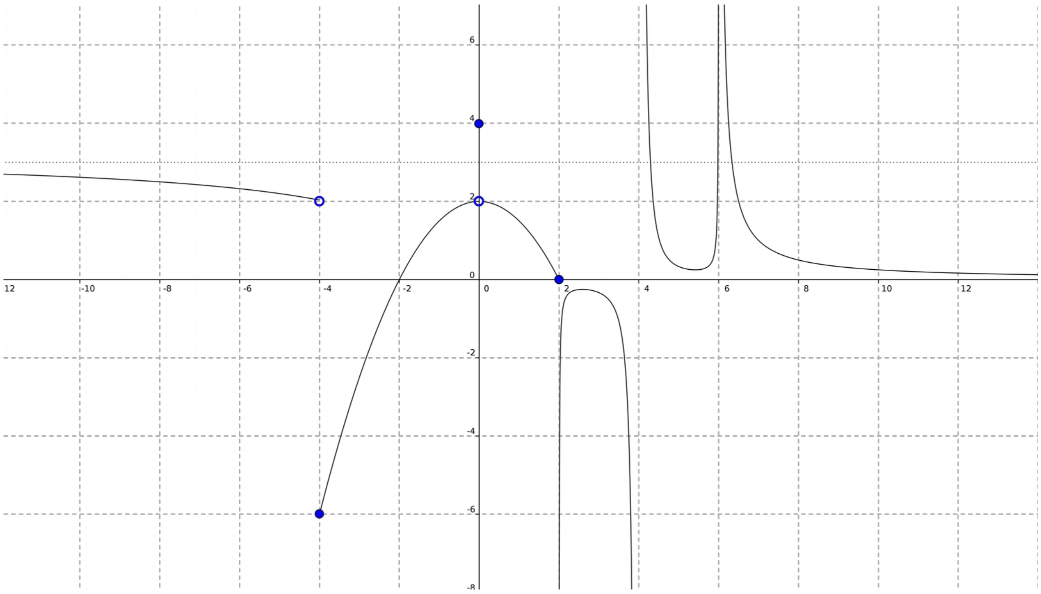
(a) $19,\overline{9}=20$

(b) Si a appartient au domaine de définition de f, alors $\lim_{x\to a} f(x)$ existe.

(c) Si $\lim_{x\to a} f(x)$ existe, a appartient au domaine de définition de f

Exercice 4

On considère une fonction f dont on donne une représentation graphique :



Donner la valeur des limites suivantes d'après la représentation graphique ci-dessus (vous pouvez répondre directement sur l'énoncé) :

(a) $\lim\limits_{x \to -4^+} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x \to -4^-} f(x)$

(c) $\lim\limits_{x \to -4} f(x)$

(d) $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$

(e) $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

(f) $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

(g) $\lim\limits_{x \to 4} f(x)$

(h) $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x)$

(i) $\lim\limits_{x \to 4^-} f(x)$

(j) $\lim\limits_{x \to 6^+} f(x)$

(k) $\lim\limits_{x \to 6} f(x)$

(l) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

Exercice 5

En utilisant les formules vues au cours, déterminer les dérivées des fonctions réelles suivantes; donner une réponse ne comprenant aucun exposant négatif ou fractionnaire :

(a) $f(x)=\dfrac{2}{x}+\sqrt[3]{x}-56$

(b) $f(x)=\dfrac{3x^2-2x+2}{x-1}$

(c) $f(x)=-4\sqrt{x^2+1}$

(d) $f(x)=(4-3x)^9\cdot(2x^2+1)^6$

dans ce dernier cas, on demande une réponse sous forme la plus factorisée possible

Exercice 6

On considère la fonction réelle définie par $f(x)=\frac{1}{2x-1}$.

(a) Déterminer $f'(x)$ à l'aide des formules de dérivation.

(b) Déterminer $f'(x)$ à partir de la définition de la dérivée.

(c) Déterminer l'équation de la tangente t à f au point $(1;f(1))$ puis représenter graphiquement de façon précise f et t dans le même repère.

Exercice 7

Soit la fonction réelle f définie par $f(x)=x^3-3x^2-60x+3$.

(a) Déterminer s'il y a des droites tangentes à f dont la pente est égale à 12

(b) Si oui, donner les équations de ces droites tangentes et les coordonnées des points de tangence.

Exercice 8

Représenter graphiquement une (unique) fonction f de votre choix qui vérifie toutes les conditions suivantes :

(h) L'ensemble Z_f des zéros de f est {-4;2}

(i) L'image de 0 est 2

(j) $\lim\limits_{x\to-3} f(x)=+\infty$

(k) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

(l) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-4$

(m) $\lim\limits_{x\to4} f(x)=-2$ et $f(4)=2$

(n) f admet un point d'inflexion en $x=6$

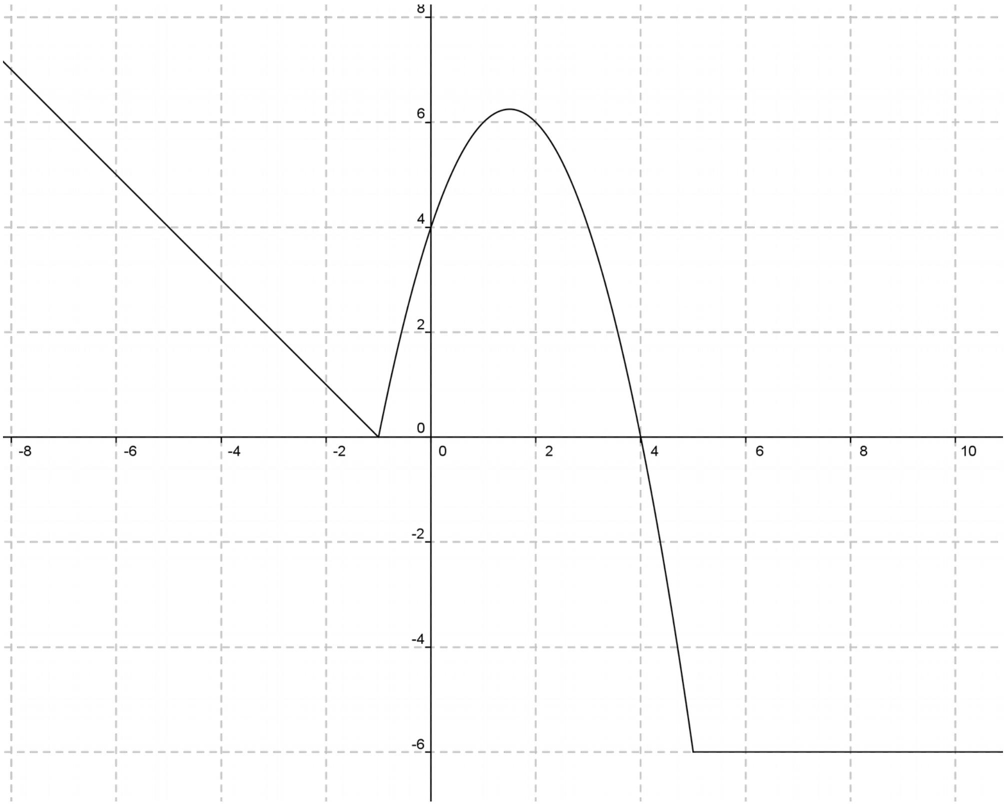
(o) $f'(3)=0$

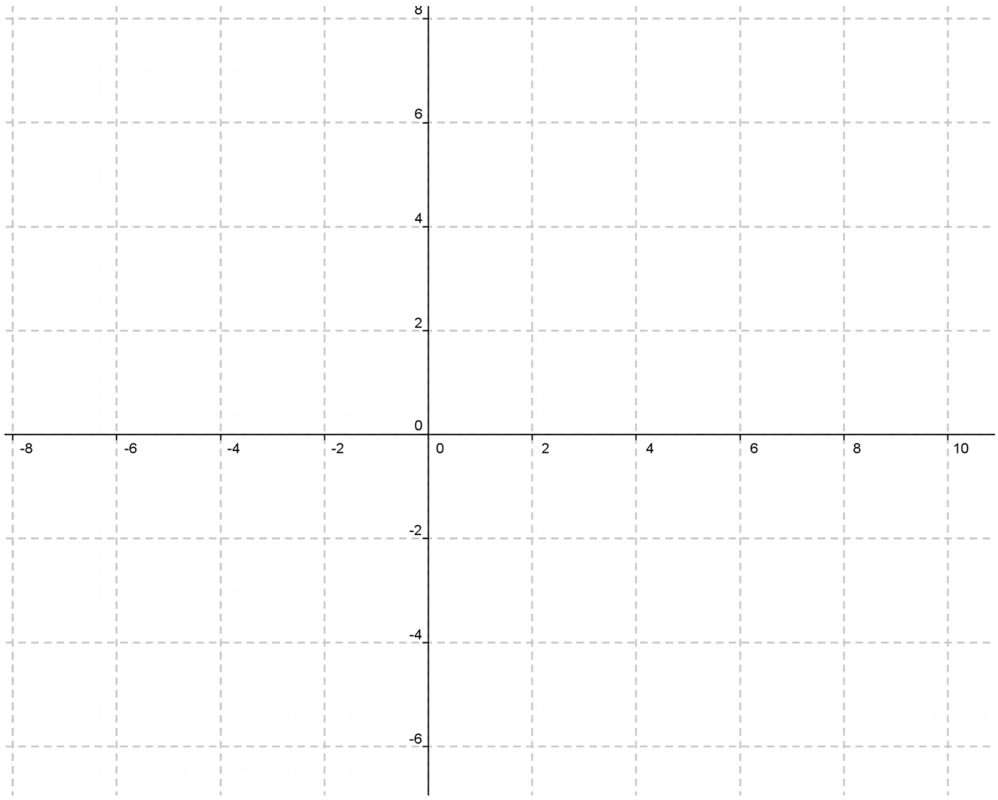
(p) $f'(-1)=-1$

(q) f n'est pas dérivable en $x=-5$

Exercice 9

On donne ci-dessous une représentation graphique d'une fonction réelle f . Tracer soigneusement une esquisse d'une représentation graphique de la fonction dérivée f' de f dans le repère supplémentaire fourni en-dessous :





Exercice 10

Trouver deux nombres positifs x et y dont la somme soit égale à 60 et tels que xy^3 soit

(a) maximal

(b) minimal.

Exercice 11

Déterminer les dimensions du rectangle de plus grande aire ayant un périmètre de 30 cm.

Exercice 12

Etudier complètement la fonction réelle f définie par $f(x)=\dfrac{x^2+2}{2x^4}$