

Travail intermédiaire de mathématiques n°4

<p>Date : 17 avril 2011 Durée : 90 minutes Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 4Ma1DF5</p> <p>Nom:</p> <p>Prénom:</p> <p>Groupe:</p>	<p>Informations chiffrées après correction du maître</p> <p>Notations (une coche par faute) :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Fautes :</td> <td style="width: 20%; text-align: right;">→ ... / ...</td> </tr> </table> <p>Français (une coche par faute) [bonus] :</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 80%;">Fautes :</td> <td style="width: 20%; text-align: right;">→ ... / ...</td> </tr> </table> <p>Total des points des exercices : /</p> <p>Total des points de l'épreuve : /</p> <p>Note : / 6</p> <p>Note du corrigé: / 6</p> <p>Crédit obtenu avec ce corrigé :</p> <p>Crédit éventuel d'un corrigé précédent :</p> <p>Note finale du travail: / 6</p>	Fautes :	→ ... / ...	Fautes :	→ ... / ...
Fautes :	→ ... / ...				
Fautes :	→ ... / ...				
<p>Matériel autorisé</p> <p style="padding-left: 20px;"><input type="checkbox"/> Calculatrice personnelle TI82</p> <p>Remarques</p> <p style="padding-left: 20px;"><input type="checkbox"/> Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.</p> <p style="padding-left: 20px;"><input type="checkbox"/> Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!</p> <p style="padding-left: 20px;"><input type="checkbox"/> Indiquez vos initiales en haut de chaque page</p>					

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur
--	--	--
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas en compte dans le calcul de la moyenne; par contre:
 - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5
 - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « épreuve 90' »
 - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
- informations complémentaires sur <http://math.bibop.ch/generalites/evaluation/corriges-d-epreuves>

Début du travail

Exercice 1 (environ 7 points)

Soit les points $P(2; -1; 0)$ et $Q(1; 0; 3)$, le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et Π le plan d'équation

$$x + 2y - z = 1.$$

- (a) Donner un vecteur \vec{v} parallèle à Π .
- (b) Donner un vecteur \vec{w} perpendiculaire à Π .
- (c) Vérifier par un calcul que les deux vecteurs trouvés précédemment sont bien perpendiculaires.
- (d) Calculer la norme de \vec{w} .
- (e) Donner un vecteur \vec{u} perpendiculaire à Π qui soit de norme 1.
- (f) Donner un vecteur \vec{t} colinéaire à \vec{n} .
- (g) Déterminer une équation cartésienne du plan Π' passant par P et perpendiculaire à \vec{n} .
- (h) Calculer la distance de Π' au point Q .

Exercice 2 (environ 8 points)

Soit $M_F = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ la matrice d'une application linéaire $F: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, et soit

$A(-2; 4)$, $B(2; 0)$ et $C(4; 4)$, trois points du plan.

- (a) Représenter dans le plan le triangle $\triangle ABC$ et son image par F .
- (b) Déterminer l'ensemble de tous les vecteurs \vec{v} de \mathbb{R}^2 tels que $F(\vec{v}) = \vec{v}$.
- (c) Déterminer $F^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $F^{-1}(D)$, où $D = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, puis représenter D et $F^{-1}(D)$ sur le même repère qu'en a)
- (d) Déterminer la matrice de la rotation R d'angle $\frac{3\pi}{2}$ et de centre O .
- (e) Déterminer la matrice de la composée de R et F .

Exercice 3 (environ 6 points)

Soit P la projection orthogonale dans le plan sur la droite d d'équation $y = -x$.

- (a) Représenter graphiquement d et les images par P des vecteurs \vec{i} et \vec{j} .
- (b) Déterminer la norme de $P(\vec{i})$ et de $P(\vec{j})$.
- (c) Déterminer la matrice M_P associée à P , selon la base canonique.
- (d) Déterminer $\text{Ker}(P)$ algébriquement.
- (e) Interpréter graphiquement le résultat précédent.
- (f) M_P est-elle inversible? Justifier par un argument algébrique.
- (g) Pourquoi le résultat précédent était-il prévisible?

Exercice 4 (environ 5 points)

- (a) Combien de mots différents peut-on former avec des lettres du mot ANANAS?
- (b) Combien de mots différents de 6 lettres peut-on former avec des lettres du mot LOVEMATHS?
- (c) Combien des mots de l'exercice précédent contiennent-ils au moins une fois la lettre A?
- (d) Une urne contient 9 boules distinctes numérotées de 1 à 9. On en tire 6. Combien de tirages différents peut-on effectuer?
- (e) Combien des tirages de l'exercice précédent contiennent-ils au moins une fois la boule 5?

Exercice 5 (environ 5 points)

On jette deux dés.

- (a) Pourquoi parle-t-on d'expérience aléatoire?
- (b) Déterminer deux événements élémentaires E_1 et E_2 .
- (c) Combien d'événements élémentaires contient l'univers Ω de l'expérience?
- (d) Donner deux exemples de votre choix d'événements non élémentaires A et B incompatibles et déterminer $p(A)$, $p(B)$ et $p(A \cup B)$
- (e) Donner deux exemples de votre choix d'événements non élémentaires C et D non disjoints et déterminer $p(C)$, $p(D)$ et $p(C \cup D)$
- (f) Déterminer $p(\bar{C})$, où \bar{C} est le complémentaire de C
- (g) Déterminer un événement E tel que $p(E) = \frac{35}{36}$