

Collège de Saussure

Epreuve de mathématiques - niveau 4N

Date	13 décembre 2010
Durée	190 minutes
Maîtres correcteurs, nombre d'élèves	Patricia Blanc, 4MA1.DF4 (20 élèves) Jean-Marie Delley, 4MA1.DF5 (21 élèves)
Nombre de pages Impression Nombre d'exercices	4 recto-verso, noir-blanc 8
Documents et matériel autorisés	personnels: calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent; TI82 fournis par le collège: feuilles quadrillées, table numérique récente
Directives	sauf indication contraire, il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
Recommandations	aucune

Nom :

Points:

Prénom :

Cours :

Note:

Début du travail

Exercice 1 (environ 6 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = x \cdot \ln^2(x)$.

- Calculer $f'(x)$.
- En quel(s) point(s) de la représentation graphique de f la tangente est-elle horizontale ?
Donner la réponse sous forme exacte et simplifiée le plus possible.
- Calculer l'équation de la droite tangente à la représentation graphique de f au point $(e; f(e))$.

Exercice 2 (environ 2 points)

Déterminer la primitive F de la fonction f définie par $f(x) = 3e^{-2x}$ telle qu'une représentation graphique de F passe par le point $(0; 2)$.

Exercice 3 (environ 7 points)

Déterminer (donner les réponses simplifiées au maximum et sans exposant négatif ou fractionnaire) :

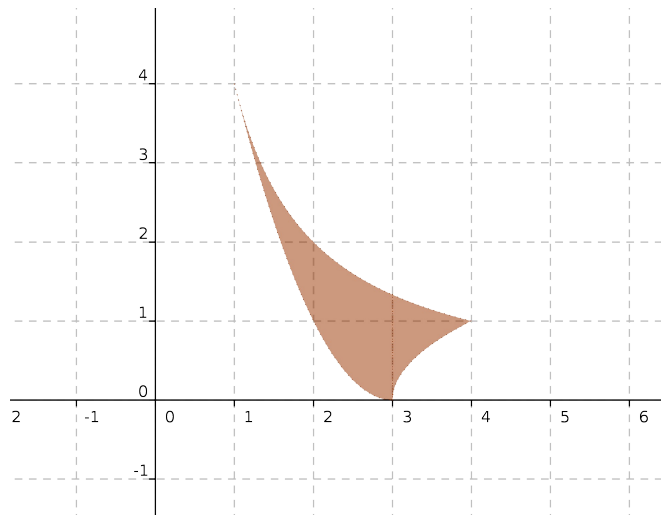
$$(a) \int \frac{x^3+1}{x^2} dx \quad (c) \int \frac{x^2}{x^3+1} dx \quad (e) \int (3x+5)\sin(x) dx$$

$$(b) \int \frac{x^2}{(x^3+1)^2} dx \quad (d) \int \frac{\ln^2(x)}{x} dx$$

Exercice 4 (environ 4 points)

Calculer l'aire de la surface représentée ci-dessous, délimitée par des représentations graphiques des fonctions f , g et h définies par $f(x)=(x-3)^2$, $g(x)=\sqrt{x-3}$ et $h(x)=\frac{4}{x}$.

N.B. Vous n'avez pas besoin de calculer les points d'intersection qui apparaissent clairement sur le schéma.



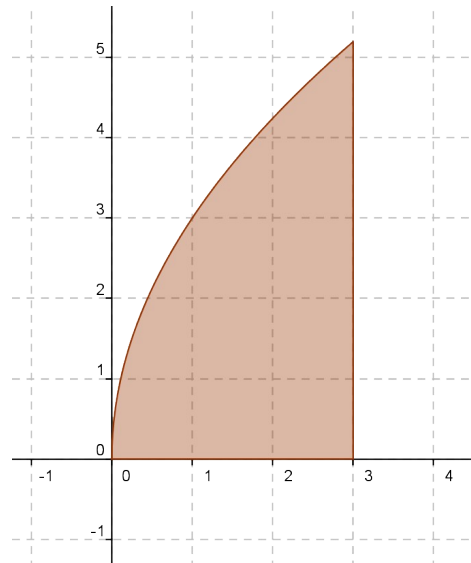
Exercice 5 (environ 3 points)

Déterminer (donner les réponses simplifiées au maximum et sans exposant négatif ou fractionnaire) :

$$(a) \int_{\pi}^{2\pi} \cos^3(x)\sin(x) dx \quad (b) \int_{-10}^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{-x}} - \frac{3}{x} \right) dx$$

Exercice 6 (environ 4 points)

On considère la surface représentée ci-dessous, limitée par une représentation graphique de la fonction f définie par $f(x)=3\sqrt{x}$, la droite $x=3$ et l'axe Ox .



- Calculer le volume du corps de révolution engendré par la rotation autour de l'axe Ox de cette surface.
- Ce corps (en le retournant) aura la forme d'un bol. Jusqu'à quelle hauteur faut-il le remplir pour qu'il soit à moitié plein (ou à moitié vide) ?

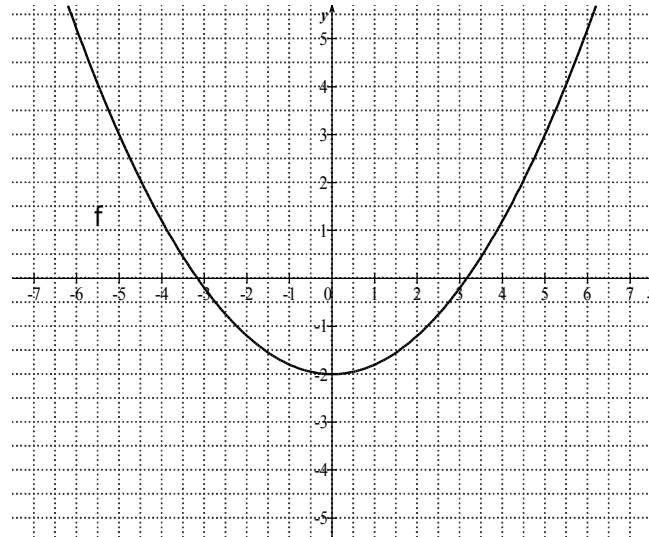
Exercice 7 (environ 3 points)

- Représenter graphiquement la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{4}x^3$ pour x compris entre 0 et 2 (unité=8 carrés).
- Partager $[0;2]$ en 4 intervalles puis, à l'aide d'une petite somme de Riemann, estimer l'aire de la surface comprise entre une représentation graphique de la fonction f , l'axe Ox et les droites d'équations $x=0$ et $x=2$.

Exercice 8 (environ 3 points)

On considère une fonction f représentée graphiquement dans les deux repères ci-dessous.

- (a) Représenter graphiquement aussi précisément que possible dans le repère suivant la dérivée f' de f :



- (b) Représenter graphiquement aussi précisément que possible dans le repère suivant une primitive F de f :

