Ln/Exp : les outils

Outils

Pour effectuer des calculs, on dispose des outils suivants :

$$[ln(x)]'=\frac{1}{x} \qquad [ln(f(x))]'=\frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\int \frac{1}{x}dx=ln|x|+c \qquad \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx=ln|f(x)|+C$$

$$f(x)=\frac{1}{x}\Leftrightarrow F(x)=ln|x| \qquad g(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}\Leftrightarrow G(x)=ln|f(x)|+C$$

attention à la valeur absolue

$$[exp(x)]'=\exp(x) \text{ ou } [e^x]'=e^x \qquad [exp(f(x))]'=\exp(f(x))\cdot f'(x) \text{ ou } [e^{f(x)}]'=e^{f(x)}\cdot f'(x)$$

$$\int exp(x)dx=exp(x) \qquad \int exp(f(x))\cdot f'(x)dx=exp(f(x))+C$$

$$\int e^x dx=e^x \qquad \int e^{f(x)}\cdot f'(x)dx=e^{f(x)}+C$$

$$f(x)=e^x\Leftrightarrow F(x)=e^x \qquad g(x)=e^{f(x)}\cdot f'(x)\Leftrightarrow G(x)=e^x+C$$

Exemples

$$[\ln(x^2+2)]'=\frac{(x^2+2)'}{x^2+2}=\frac{2x}{x^2+2}$$

$$\left[e^{\sin(x^3)}\right]'=\left[\exp(\sin(x^3))\right]'=\exp(\sin(x^3))\cdot\left[\sin(x^3)\right]'=\exp(\sin(x^3))\cdot\cos(x^3)\cdot(x^3)'$$
$$=\exp(\sin(x^3))\cdot\cos(x^3)\cdot 3x^2=e^{\cos(x^3)}\cdot\sin(x^3)\cdot 3x^2$$

$$\int \frac{2\cos(x)}{\sin(x)+2}dx=2\int \frac{\cos(x)}{\sin(x)+2}dx=2\int \frac{(\sin(x)+2)'}{\sin(x)+2}dx=2\cdot\ln|\sin(x)+2|+C$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} 3x e^{x^2}dx=\frac{3}{2}\cdot\int_0^{\sqrt{3}} e^{x^2}\cdot 2x\,dx=\frac{3}{2}\cdot\int_0^{\sqrt{3}} \exp(x^2)\cdot 2x\,dx=\frac{3}{2}\cdot\exp(x^2)\Big|_0^{\sqrt{3}}$$
$$=\frac{3}{2}\cdot e^{x^2}\Big|_0^{\sqrt{3}}=\frac{3}{2}\cdot\left(e^{(\sqrt{3})^2}-e^{(0^2)}\right)=\frac{3}{2}\cdot(e^3-1)$$