

Ma4n Chapitre 4 - Exercices supplémentaires

1 Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -9 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Effectuer, lorsque cela est possible, les opérations suivantes :

- a. BA c. AC e. CA g. CD i. BD
 b. AB d. AC f. AB h. DC j. DB

2 Résoudre les systèmes suivants avec le calcul matriciel :

- a. $\begin{cases} 3x+2y=-1 \\ -x-2y=4 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x+4y=1 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ 3x+y=3 \end{cases}$ d. $\begin{cases} -1x+4y=1 \\ 3x+3y=1 \end{cases}$ e. $\begin{cases} -3x+4y=1 \\ -2x+4y=-3 \end{cases}$

3 Les applications suivantes sont-elles linéaires ? Justifier.

a. $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ x+3y \end{pmatrix}$ c. $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ 2x \end{pmatrix}$ e. $G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 3y-x \end{pmatrix}$

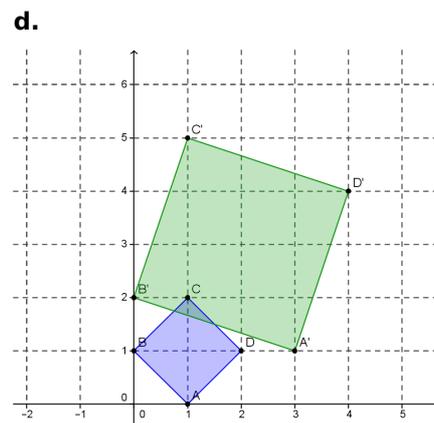
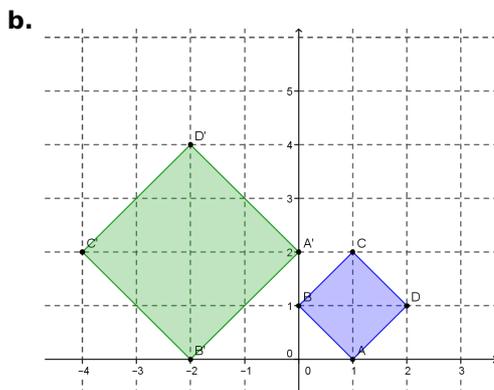
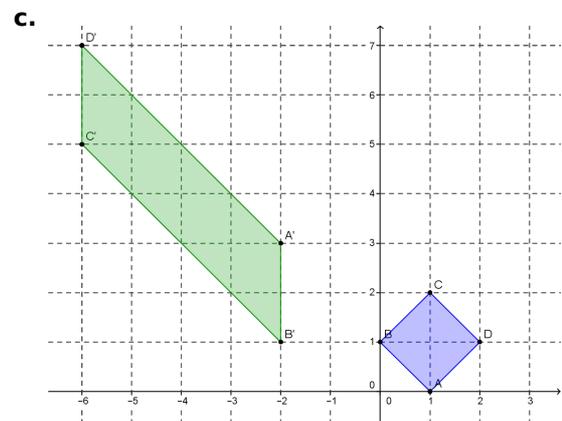
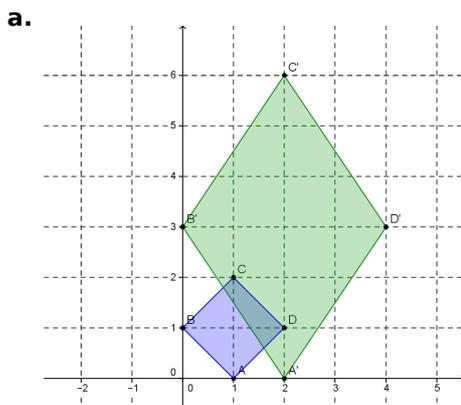
b. $B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ -y \end{pmatrix}$ d. $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y \\ 0 \end{pmatrix}$

4 Déterminer les matrices des applications linéaires suivantes :

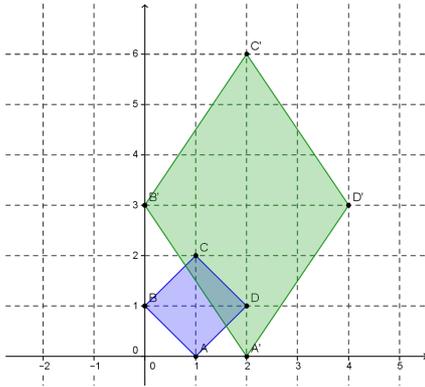
a. $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ x+3y \end{pmatrix}$ c. $C \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ 2x \end{pmatrix}$ e. $G \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x \\ 3y-x \end{pmatrix}$

b. $B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ -y \end{pmatrix}$ d. $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+3y \\ 0 \end{pmatrix}$

5 Dans chaque cas, déterminer, si c'est possible, une application linéaire qui transforme le carré $ABCD$ en quadrilatère $A'B'C'D'$:



e.



6 Soit L et K deux applications linéaires de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^2 définies par $L \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - y \\ 3x + 7y \end{pmatrix}$

et $K \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x + y \\ x - 2y \end{pmatrix}$.

Déterminer $L \circ K$:

- a. sans utiliser les matrices associées ;
- b. en utilisant les matrices associées.

7 Soient $R_{\frac{\pi}{2}}$ une rotation de $\frac{\pi}{2}$ centrée en l'origine, R_{π} une rotation de π centrée en l'origine, S_x une symétrie d'axe O_x et S_y une symétrie d'axe O_y .

Déterminer les matrices associées aux applications suivantes et interpréter les résultats obtenus :

- a. $R_{\frac{\pi}{2}} \circ R_{\pi}$
- b. $S_x \circ S_y$
- c. $S_y \circ R_{\pi}$
- d. $R_{\frac{\pi}{2}} \circ S_x$

8 Ecrire les matrices associées aux applications linéaires suivantes puis donner, si elles existent, les matrices inverses et en déduire l'expression algébrique des applications qui sont associées à ces inverses :

- a. $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x - y \\ -2x + 5y \end{pmatrix}$
- b. $B \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ 3y \end{pmatrix}$
- c. $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y \\ -x + 2y \end{pmatrix}$
- d. $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x + 6y \\ 9y + 6x \end{pmatrix}$
- e. $D \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x + 6y \\ 9y + 6x \end{pmatrix}$