



Collège de Saussure

Année scolaire 2010-2011

**EXAMEN DE MATURITÉ DE MATHÉMATIQUES**

Session de juin 2011

**Nom, prénom:**

**Groupe :**

**Discipline :** Mathématiques niveau N

**Durée :** 240 minutes

**Nombre de pages de l'énoncé (y compris la page d'en-tête) :** 4

| Cours (sigle) | Nombre d'élèves | Maître correcteur |
|---------------|-----------------|-------------------|
| 4 MA1.DF01    | 19              |                   |
| 4 MA1.DF02    | 20              |                   |
| 4 MA1.DF03    | 21              |                   |
| 4 MA1.DF04    | 20              |                   |
| 4 MA1.DF05    | 21              |                   |
| 4 MA1.DF06    | 22              |                   |

**Documents et matériel autorisés**

a) Mis à disposition par le collège :  
Tables numériques et formulaires CRM

b) Personnels à l'élève :  
Calculatrice TI-82 ou équivalente,  
non transmissible

**Impression:**  recto-verso

couleur

fichier PDF

**Indications - directives:** Tous les calculs, toutes les étapes de vos raisonnements avec leurs justifications doivent figurer sur votre copie.

**Sommaire**

| Questions                             | Sujet                                      | Points    | Page |
|---------------------------------------|--|-----------|------|
| 1                                     | Primitive(s) de fonctions                  | 6         | 2    |
| 2                                     | Calcul d'intégrales indéfinies             | 6         | 2    |
| 3                                     | Calcul d'aire                              | 9         | 2    |
| 4                                     | Calcul du volume d'un corps de révolution  | 8         | 2    |
| 5                                     | Algèbre linéaire : matrices d'applications | 12        | 3    |
| 6                                     | Algèbre linéaire                           | 10        | 3    |
| 7                                     | Probabilités                               | 8         | 3    |
| 8                                     | Probabilités                               | 8         | 4    |
| 9                                     | Probabilités                               | 8         | 4    |
| <b>Nombre de points de l'examen :</b> |  | <b>75</b> |      |

### Question 1

- a) Déterminer la primitive de  $f(x) = \cos(2x)$  passant le point  $P\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ .
- b) Montrer que  $F(x) = x^3 e^{2x}$  est une primitive de  $f(x) = (2x + 3)x^2 e^{2x}$ .

### Question 2

Calculer les intégrales suivantes :

- a)  $\int \frac{3x^2 + 1}{3x^3 + 3x - 1} dx$
- b)  $\int x^7 \ln(x) dx$

### Question 3

Soit les fonctions  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6$  et  $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$ .

- a) Déterminer algébriquement les coordonnées des points intersection de ces deux fonctions.
- b) Calculer l'aire de la surface comprise entre les graphes de  $f$  et de  $g$  pour  $x$  compris entre 1 et 6.

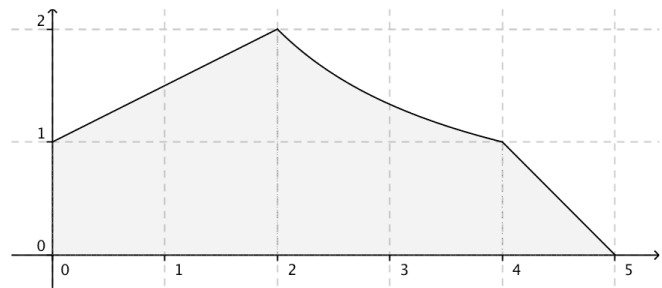
### Question 4

Soit  $\mathcal{C}$  le corps de révolution engendré par rotation autour de l'axe  $Ox$  de la surface dessinée ci-contre.

Cette surface est limitée par l'axe  $Ox$ , l'axe  $Oy$  et les graphes des fonctions

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1, \quad g(x) = \frac{4}{x},$$

$$h(x) = -x + 5$$



- a) Esquisser en 3D la forme de ce corps de révolution.
- b) Calculer le volume de ce corps de révolution.

### Question 5

- Déterminer la matrice de la symétrie  $S$  par rapport à la droite  $y = -x$ .
- Déterminer la matrice de la rotation  $R$  de  $90^0$ , autour de l'origine.
- Calculer les matrices de  $R \circ S$  et de  $S \circ R$ , en déduire la nature géométrique précise de ces deux transformations.
- On souhaite composer la symétrie  $S$  avec l'application linéaire  $X$  telle que  $X \circ S = R$ . Calculer la matrice de  $X$ .

### Question 6

Soit  $F \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \\ \frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y \end{pmatrix}$  une application de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$ .

- Soit le triangle de sommets  $A(5;0)$ ,  $B(5;10)$  et  $C(10;0)$ .  
Après avoir calculé les images par  $F$  des vecteurs  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$  et  $\overrightarrow{OC}$ , dessiner sur le même repère (prévoir une grande zone pour le dessin) le triangle  $ABC$  et son image par  $F$ .
- Calculer la préimage par  $F$  du vecteur  $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ .
- Axel prétend que  $F$  est une rotation.  
Prouver qu'Axel a raison et déterminer l'angle de cette rotation.

### Question 7

Les trois Mousquetaires, Athos, Portos, Aramis, plus le quatrième, D'Artagnan, ont mélangé leurs bottes dans le couloir dans l'auberge. D'Artagnan se lève le premier et prend deux bottes au hasard.

Calculer la probabilité que

- les deux bottes soient les siennes ;
- les deux bottes forment une paire (c'est-à-dire une botte gauche et une botte droite) ;
- les deux bottes soient deux pieds droits ;
- les deux bottes appartiennent à deux personnes différentes.

### Question 8

Une boîte contient 10 pièces de 2 francs. Parmi elles se trouvent 3 fausses pièces. Les fausses pièces ont été fabriquées de telle manière que la probabilité d'obtenir « pile » en lançant une de ces pièces vaut 0,6.

1<sup>o</sup> On tire au hasard une pièce dans cette boîte et on la lance deux fois de suite.

Calculer la probabilité :

- a) De tirer une fausse pièce et d'obtenir deux fois « pile »
- b) D'obtenir deux fois « pile »

2<sup>o</sup> On a tiré une pièce au hasard, on l'a lancée deux fois de suite et obtenu deux fois « pile ». Quelle est la probabilité que l'on ait tiré une fausse pièce ?

### Question 9

Le groupe solidarité du collège de Saussure prévoit une nouvelle action en faveur des sinistrés du Japon. Pour cela, le groupe organisera une petite loterie-tombola en mettant en vente 1000 billets au prix de 5 francs la pièce.

Il y aura un billet gagnant un premier prix de 500 Frs, deux billets gagnant chacun 200 Frs, quatre billets gagnant 100 Frs et enfin huit billets gagnant 50 Frs.

1<sup>o</sup> Vous achetez un billet :

- a) Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas gagnant ?
- b) Quelle est votre espérance de gain ?

2<sup>o</sup> Vous achetez trois billets, quelle est la probabilité qu'aucun ne soit gagnant ?