Collège de Saussure **Epreuve de mathématiques de 1re année, niveau avancé**	
Maître	Jean-Marie Delley
Date	5 octobre 2018
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	• **répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire les feuilles quadrillées fournies en y ajoutant votre nom ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : ....**Prénom** : ....

Groupe: 102...**Cours** : 1Ma2.DF02

Répartition des points

Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 4 points

Exercice 3 : 4 points

Exercice 4 : 14 points

Exercice 5 : 3 points

Exercice 6: 3 points

Exercice 7: 3 points

Exercice 8: 12 points

Exercice 9 : 4 points

Exercice 10: 8 points

Exercice 11: 5 points

Exercice 12: 11 points

Notations : 2 points

Retour des 2 fiches de suivi : 1 points

Auto-éval des 2 fiches de suivi : 1 points

Pré-total : .... / 80 points

Exercice 13 (facultatif) : max 12 points

Français (facultatif) : max 2 points

Total final: .... / 80 points

Note : ....

Début du travail

Exercice 1 *(environ 5 points)*

Compléter par le bon terme :

(a) Le ...produit...................... est le résultat de la multiplication.

(a) Dans la division euclidienne avec reste de 17 par 3, on note : $17=3\cdot5+2$, où 5 est appelé ..quotient... et 2 le ..reste..........

(b) L'ensemble des entiers positifs ou négatifs s'appelle l'ensemble des entiers relatifs

(c) Dans la fraction $\frac{89756}{15468}$, 89756 s'appelle le numérateur...........

Exercice 2 *(environ 4 points)*

Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible :

$[((-3-(-2))\cdot2-2\cdot5+8+2)\cdot5-1]\cdot3-(4+2)$

$= [((-3+2)\cdot2-2\cdot5+8+2)\cdot5-1]\cdot3-6$

$= [((-1)\cdot2-2\cdot5+8+2)\cdot5-1]\cdot3-6$

$= [(-2-2\cdot5+8+2)\cdot5-1]\cdot3-6$

$= [(-2-10+8+2)\cdot5-1]\cdot3-6$

$= [(-2)\cdot5-1]\cdot3-6$

$= [-10-1]\cdot3-6 \quad = (-11)\cdot3-6 \quad = -33-6 = -39$

Exercice 3 *(environ 4 points)*

Calculer en donnant la réponse sous forme d'une fraction irréductible :

$$\frac{-\frac{15}{-32}}{\frac{-25}{48}} = -\left(\frac{15}{-32}\right)\cdot\left(\frac{48}{-25}\right) = -\frac{\cancel{15}^{3}\cdot\cancel{48}^{3}}{\cancel{32}_{2}\cdot\cancel{25}_{5}} = -\frac{9}{10}$$

Exercice 4 *(environ 14 points)*

(a) Ecrire en notation scientifique :

-0,0000879 = $-8{,}79 \cdot 10^{-5}$

/2

(b) Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible, sans exposant négatif :

i. $-2-2^{-1}+2\cdot(-2)^{-2} = -2-\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{(-2)^2} = -2-\frac{1}{2}+\cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{4}_2} = -2\cancel{-\frac{1}{2}}\cancel{+\frac{1}{2}}$

$= -2$

/4

ii. $-2^{+2^3} = -\left[2^{(2^3)}\right] = -\left[2^8\right] = -256$

/3

iii. $\left(\frac{-25^{50}\cdot(-4)^{40}}{(-8)^{-6}\cdot 10^{100}} = \frac{-(5^2)^{50}\cdot 4^{40}\cdot(-8)^{6}}{10^{100}} = -\frac{5^{100}(2^2)^{40}\, 8^{6}}{(2\cdot 5)^{100}}\right.$

$\left.= -\frac{5^{100}\cdot 2^{80}(2^3)^{6}}{2^{100}\cdot 5^{100}} = -\frac{\cancel{5^{100}}\, 2^{80}\cdot 2^{18}}{2^{100}\cdot\cancel{5^{100}}} = -\frac{2^{98}}{2^{100}} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4}\right)$

$-\frac{25^{50}\cdot(-4)^{40}}{(-8)^{-16}\cdot 10^{125}} = -\frac{(5^2)^{50}\cdot 4^{40}\cdot(-8)^{16}}{(2\cdot 5)^{125}} = -\frac{5^{100}(2^2)^{40}\, 8^{16}}{2^{125}\cdot 5^{125}}$

/5

$= -\frac{5^{100}\cdot 2^{80}\cdot(2^3)^{16}}{2^{125}\cdot 5^{125}} = -\frac{5^{100}\cdot 2^{80}\cdot 2^{48}}{5^{125}\cdot 2^{125}} = -\frac{5^{100}\cdot 2^{128}}{5^{125}\, 2^{125}} = -\frac{2^3}{5^{25}}$

Exercice 5 *(environ 3 points)*

6 personnes construisent 90 pièces en 5 heures. En combien de temps, avec une efficacité identique, 4 personnes construiront-elles 120 pièces?

6 p	90 p	5 h
1 p	15 p	5 h
4 p	60 p	5 h
	120 p	10 h

donc il faudra 10 h à 4 personnes pour construire 120 p.

Exercice 6 *(environ 3 points)*

Ecrire $\frac{112}{11}$ sous forme de nombre décimal (détail de la procédure incluse).

$$\begin{array}{r|l} 112 & 11 \\ -\ 110 & \overline{10{,}181818\ldots} \\ \hline 20 & \\ -\ 11 & \\ \hline 90 & \\ -\ 88 & \\ \hline 20 & \end{array}$$

$$\frac{112}{11} = 10{,}\overline{18}$$

Exercice 7 *(environ 3 points)*

Ecrire $5{,}0\overline{34}$ sous forme de fraction irréductible.

$x = 5{,}0\overline{34}$

$10x = 50{,}\overline{34}$

$1000x = 5034{,}\overline{34}$

$$\begin{array}{rr} 1000x & 5034{,}\overline{34} \\ -\ 10x & 50{,}\overline{34} \\ \hline 990x & = 4984 \end{array}$$

$$x = \frac{4984}{990} = \frac{2492}{495}$$

Exercice 8 *(environ 12 points)*

(a) Simplifier au maximum en donnant une réponse avec un dénominateur sans racine carrée : : $3\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{27}-\sqrt{48}$

$= \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3}$

/3

$= \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}} - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

$= \sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -6\sqrt{3}$

(b) Simplifier au maximum et donner la réponse en valeur exacte avec un dénominateur sans racine carrée :

$\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{8}} \cdot \frac{1-\sqrt{8}}{1-\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{8})}{1^2-(\sqrt{8})^2} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}}{1-8} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{16}}{-7} = \frac{\sqrt{2}-4}{-7} = -\left(\frac{\sqrt{2}-4}{7}\right)$

/3

(c) Montrer que $\sqrt{5}-1$ et $\sqrt{5}+1$ ne sont pas opposés l'un de l'autre.

$-(\sqrt{5}-1) = -\sqrt{5}+1 \neq \sqrt{5}+1$

ou

$(\sqrt{5}-1)+(\sqrt{5}+1) = 2\sqrt{5} \neq 0$

donc ces 2 nombres ne sont pas opposés l'un de l'autre

/3

(d) Montrer que $\sqrt{5}-1$ et $\frac{(\sqrt{5}+1)}{4}$ sont inverses l'un de l'autre.

$\frac{1}{\sqrt{5}-1} \cdot \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{5-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

/3

ou

$(\sqrt{5}-1) \cdot \left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right) = \frac{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{(\sqrt{5})^2-1}{4} = \frac{5-1}{4} = 1$

donc ces 2 nombres sont bien inverses l'un de l'autre

Exercice 9 *(environ 4 points)*

Donner les deux façons différentes de voir l'ensemble $\mathbb{Q}$

Première définition : $\mathbb{Q}$ est l'ensemble de toutes les fractions, càd des nombres de la forme $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}^*$

Deuxième définition : $\mathbb{Q}$ est l'ensemble des nombres dont l'écriture décimale a une partie fractionnaire finie ou infinie périodique

Exercice 10 *(environ 8 points)*

On considère le théorème suivant :

Théorème : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

et sa démonstration ci-dessous ; compléter les « .... » :

Supposons par l'absurde que $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

On aurait alors $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, avec p et q deux nombres entiers naturel et q différent de 0

et on pourrait supposer que la fraction $\frac{p}{q}$ est irréductible

on en déduirait que : $\sqrt{2} \cdot q = p$, car [on a multiplié par q]

puis que : $2 \cdot q^2 = p^2$, car [on a élevé au carré]

Appelons cette égalité [E]

Ainsi, on aurait p^2 est un nombre pair

et on en déduirait que p est aussi un nombre pair

On pourrait donc écrire que : $p = 2 \cdot k$, avec k un nombre entier naturel

On pourrait substituer dans [E] et on obtiendrait : $2 \cdot q^2 = (2k)^2$

c'est-à-dire : $2 \cdot q^2 = 4 \cdot k^2$

d'où : $q^2 = 2k^2$

Ainsi, on aurait q^2 est un nombre pair

et on en déduirait que q est aussi un nombre pair

On aurait donc la fraction $\frac{p}{q}$ qui ne serait pas irréductible

ce qui est absurde. Donc $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 11 *(environ 5 points)*

Compléter par la bonne notation ensembliste :

(a) $8=\frac{32}{4} \in \mathbb{Z}$

(b) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R} = \{0\}$

(c) $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

(d) $\mathbb{Z}\setminus\{0\} = \mathbb{Z}^*$

(e) $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Q} = \emptyset$

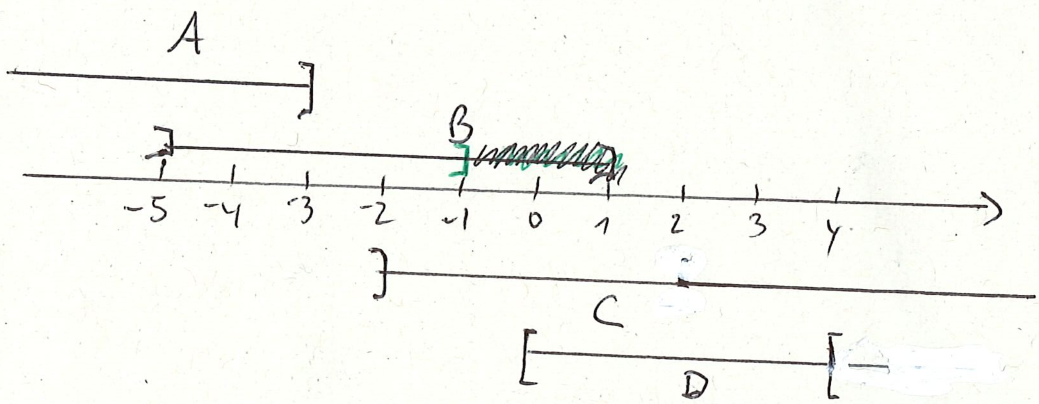
Exercice 12 *(environ 11 points)*

(a) Compléter le tableau suivant :

A	$\{x\in\mathbb{R} \mid -3\geq x\}$	$]-\infty;-3]$
B	$\{x\in\mathbb{R} \mid -5<x\leq -1\}$	$]-5;-1]$
C	$\{x\in\mathbb{R} \mid -2<x\}$	$]2;+\infty[$
D	$\{x\in\mathbb{R} \mid 0\leq x<4\}$	$[0;4[$

/4

(b) Représenter A, B, C et D sur une droite réelle.



/2

(c) Déterminer avec la notation adéquate sous forme d'intervalle (en considérant les ensembles définis en (a)): :

i. $B\cup D =]-5;-1] \cup [0;4[$ (ou $B\cup C =]-5;+\infty[$)

ii. $B\cap C =]-2;-1]$

iii. $A\cap C = \emptyset$

/5

iv. $D\setminus B = [0;4[$ (ou $C\setminus B =]-2;-1[$)

v. $B\setminus C =]-5;-2]$

v. $\cancel{A \setminus D =}$