Collège de Saussure **Epreuve de mathématiques de 1re année, niveau avancé**	
Maître	Jean-Marie Delley
Date	5 octobre 2018
Durée	90 minutes
Documents et matériel autorisés	personnels : calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	• **répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire les feuilles quadrillées fournies en y ajoutant votre nom ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : ....**Prénom** : ....

Groupe: 102..**Cours** : 1Ma2.DF02

Répartition des points

Exercice 1 : 5 points

Exercice 2 : 4 points

Exercice 3 : 4 points

Exercice 4 : 14 points

Exercice 5 : 3 points

Exercice 6: 3 points

Exercice 7: 3 points

Exercice 8: 12 points

Exercice 9 : 4 points

Exercice 10: 8 points

Exercice 11: 5 points

Exercice 12: 11 points

Notations : 2 points

Retour des 2 fiches de suivi : 1 points

Auto-éval des 2 fiches de suivi : 1 points

Pré-total : ……. / 80 points

Exercice 13 (facultatif) : max 12 points

Français (facultatif) : max 2 points

Total final: ……. / 80 points

Note : ………

Début du travail

Exercice 1 *(environ 5 points)*

Compléter par le bon terme :

(a) Le ……………………….. est le résultat de la multiplication.

(a) Dans la division euclidienne avec reste de 17 par 3, on note : $17=3\cdot 5+2$, où 5 est appelé ……………… et 2 le ………………..

(b) L'ensemble des entiers positifs ou négatifs s'appelle l'ensemble des ……………

(c) Dans la fraction $\frac{89756}{15468}$, 89756 s'appelle ………………………...…

Exercice 2 *(environ 4 points)*

Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible :

$$[((-3-(-2))\cdot 2-2\cdot 5+8+2)\cdot 5-1]\cdot 3-(4+2)$$

Exercice 3 *(environ 4 points)*

Calculer en donnant la réponse sous forme d'une fraction irréductible :

$$\frac{-\frac{15}{-32}}{\frac{-25}{48}}=$$

Exercice 4 *(environ 14 points)*

(a) Ecrire en notation scientifique :

-0,0000879 =

(b) Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible, sans exposant négatif :

i. $-2-2^{-1}+2\cdot(-2)^{-2} =$

ii. $-2^{2^{3}} =$

iii. $\dfrac{-25^{50}\cdot(-4)^{40}}{(-8)^{-16}\cdot 10^{125}}$

Exercice 5 *(environ 3 points)*

6 personnes construisent 90 pièces en 5 heures. En combien de temps, avec une efficacité identique, 4 personnes construiront-elles 120 pièces?

Exercice 6 *(environ 3 points)*

Ecrire $\frac{112}{11}$ sous forme de nombre décimal (détail de la procédure incluse).

Exercice 7 *(environ 3 points)*

Ecrire $5{,}0\overline{34}$ sous forme de fraction irréductible.

Exercice 8 *(environ 12 points)*

(a) Simplifier au maximum en donnant une réponse avec un dénominateur sans racine carrée : : $3\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{27}-\sqrt{48}$

(b) Simplifier au maximum et donner la réponse en valeur exacte avec un dénominateur sans racine carrée :

$$\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{8}}$$

(c) Montrer que $\sqrt{5}-1$ et $\sqrt{5}+1$ ne sont pas opposés l'un de l'autre.

(d) Montrer que $\sqrt{5}-1$ et $\frac{(\sqrt{5}+1)}{4}$ sont inverses l'un de l'autre.

Exercice 9 *(environ 4 points)*

Donner les deux façons différentes de voir l'ensemble $\mathbb{Q}$

Première définition : $\mathbb{Q}$ est l'ensemble de …

Deuxième définition : $\mathbb{Q}$ est l'ensemble de …

Exercice 10 *(environ 8 points)*

On considère le théorème suivant :

Théorème : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

et sa démonstration ci-dessous ; compléter les « …………………... » :

Supposons par l'absurde que ……………….

On aurait alors $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, avec p et q deux nombres …………………… et q différent de ……

et on pourrait supposer que la fraction $\frac{p}{q}$ est ……………………………..

on en déduirait que : $\sqrt{2} \cdot q = p$, car [...]

puis que : $2 \cdot q^2 =$............ , car [...]

Appelons cette égalité [E]

Ainsi, on aurait p^2 est un nombre ………………..

et on en déduirait que p est aussi un nombre ……………..

On pourrait donc écrire que : $p = 2 \cdot k$, avec k un nombre ……………………………

On pourrait substituer dans [E] et on obtiendrait : $2 \cdot q^2 =$............

c'est-à-dire : $2 \cdot q^2 = 4 \cdot$............

d'où : $q^2 =$...........

Ainsi, on aurait q^2 est un nombre ………………..

et on en déduirait que q est aussi un nombre ……………..

On aurait donc la fraction $\frac{p}{q}$ qui ne serait pas ………………………………

ce qui est absurde. Donc $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Exercice 11 *(environ 5 points)*

Compléter par la bonne notation ensembliste :

(a) $\frac{32}{4}$ .... $\mathbb{Z}$

(b) $\mathbb{N} \cap \mathbb{R}_{-} =$ ....

(c) $\mathbb{Z} \ldots \ \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

(d) $\mathbb{Z} \setminus \{0\} =$ ....

(e) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Q} =$ ....

Exercice 12 *(environ 11 points)*

(a) Compléter le tableau suivant :

A	$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \geq x\}$	
B		$]-5\,;-1]$
C		$]-2\,;+\infty[$
D	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 4\}$	

(b) Représenter A, B, C et D sur une droite réelle.

(c) Déterminer avec la notation adéquate sous forme d'intervalle (en considérant les ensembles définis en (a)): :

i. $B \cup D =$

ii. $B \cap C =$

iii. $A \cap C =$

iv. $D \setminus B =$

v. $B \setminus C =$

Exercice 13 *(Facultatif : max environ + 4 points par item)*

On considère les conjectures suivantes. Dire si elles sont justes ou fausses. Justifier.

Utiliser à votre guise l'espace pour rédiger, dans l'ordre qui vous convient.

(a) Démontrer que $1+2+2^2+2^3+...+2^{n-1}+2^n=2^{n+1}-1$, pour tout $n\in\mathbb{N}$

(b) Il n'existe pas de nombre strictement inférieur à 5 qui soit le nombre différent de 5 le plus proche de 5.

(c) Qu'est-ce que Fermat a affirmé avoir démontré et que seul Andrew Wiles a réussi à réellement prouver 3 siècles après ?