Ma1A Corrigé du travail du 11/3/2019

ex 1 [/5]

$(-2z^3z^6-4zy^2)^2+(-16z^{10}y^2) = (-2z^9-4zy^2)^2-16z^{10}y^2$

$=(4z^{18}+\cancel{16z^{10}y^2}+16z^2y^4)\cancel{-16z^{10}y^2}$

$= 4z^{18}+16z^2y^4$ /5

ex 2 [/17]

(a) $2x^2\cdot(6-2x)-(6-2x)10x+8(6-2x)$

$=(6-2x)\cdot[2x^2-10x+8]$ /2

$=2(3-x)\cdot 2(x^2-5x+4)$

$=4(3-x)(x-4)(x-1)$ /2

(b) $6x^2-5x+6$ $\quad \Delta=b^2-4ac=(-5)^2-4\cdot6\cdot6=169$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{5\pm13}{12}$ $\rightarrow x_1=18/12=3/2$, $\rightarrow x_2=-8/12=-2/3$ /3

$6x^2-5x+6=a(x-x_1)(x-x_2)=6(x-3/2)(x+2/3)$ /1

$\left[=6\left(\frac{2x-3}{2}\right)\left(\frac{3x+2}{3}\right)=(2x-3)(3x+2)\right]$

(c) $(x+1)^4-(x-1)^4=[(x+1)^2]^2-[(x-1)^2]^2$

$=[(x+1)^2-(x-1)^2]\cdot[(x+1)^2+(x-1)^2]$ /2

$=[\cancel{x^2}+2x+\cancel{1}-(\cancel{x^2}-2x+\cancel{1})]\ [x^2+\cancel{2x}+1+x^2-\cancel{2x}+1]$ /2

$=4x\cdot[2x^2+2]=4x\cdot2(x^2+1)=8x(x^2+1)$ /1

(d) $a^2(x-y)+b^2(y-x)$

$=a^2(x-y)-b^2(x-y)$ /1

$=(x-y)[a^2-b^2]=(x-y)(a-b)(a+b)$ /2

1

ex 3 (a) $3x^2 = 30x - 75 \Leftrightarrow 3x^2 - 30x + 75 = 0$

[/16]

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x + 25) = 0 \Leftrightarrow 3(x-5)^2 = 0$ /3

$x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$ $S = \{5\}$

(Viète aussi possible)

(b) $-x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$ $S = \emptyset$ /2

(c) $8x^2 - 98 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{98}{8} \Leftrightarrow x^2 = \frac{49}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{7}{2}$ $S = \{\pm \frac{7}{2}\}$

/2

(d) $5x(x+4) - 2x(x+4) = 0 \Leftrightarrow (x+4)(5x - 2x) = 0$

$\Leftrightarrow (x+4)\,3x = 0$

$x + 4 = 0$ ou $3x = 0$ /3

$\Leftrightarrow x = -4$ $\Leftrightarrow x = 0$ $S = \{-4; 0\}$

(e) $x^2 - 99 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 99 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{99} = \pm 3\sqrt{11}$ $S = \{\pm 3\sqrt{11}\}$

/2

(f) $x^2 + 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 3x - \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 6x - 1}{\cancel{2}} = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 1 = 0$

$\Delta = 6^2 - 4 \cdot 2(-1) = 44$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{44}}{4} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{11}}{4} = \frac{\cancel{2}(-3 \pm \sqrt{11})}{\cancel{4}_2} = \frac{-3 \pm \sqrt{11}}{2}$

$S = \left\{\frac{-3 \pm \sqrt{11}}{2}\right\}$ /4 ex 4 [/13]

(a) x = nombre de ♂
y = " " ♀

On a : $\begin{cases} ① \ x + y = 1000 \\ ② \ 0{,}5y + 0{,}4x = 445 \end{cases}$ /3

① $y = 1000 - x$

dans ② : $0{,}5(1000 - x) + 0{,}4x = 445$
$\Leftrightarrow 500 - 0{,}5x + 0{,}4x = 445$
$\Leftrightarrow -0{,}1x = -55$
$\Leftrightarrow x = 550$

dans ① : $y = 1000 - 550 = 450$ /3

Il y a 450 filles et 550 garçons /1

(b) $\begin{cases} ① \ x + y - 2z = 3 \\ ② \ 3x - 2y + 3z = 0 \\ ③ \ 2x + 4y - z = 3 \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} ① & x + y - 2z = 3 \\ -2\cdot③ & -4x - 8y + 2z = -6 \\ \hline ④ & -3x - 7y = -3 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} ② & 3x - 2y + 3z = 0 \\ 3\cdot③ & 6x + 12y - 3z = 9 \\ \hline ⑤ & 9x + 10y = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 3④ : & -9x - 21y = -9 \\ ⑤ & 9x + 10y = 9 \\ \hline & -11y = 0 \\ & \Leftrightarrow y = 0 \end{array}$$

dans ⑤ : $9x + 10 \cdot 0 = 9$
$\Leftrightarrow x = 1$

dans ③ $2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 - z = 3$ /5
$\Leftrightarrow z = -1$

$S = \{(1; 0; -1)\}$ /1

ex5

[/6]

On connaît le sommet $B = (-3 ; -\frac{1}{3})$, donc on travaille la forme canonique : $y = a(x-k)^2 + m$ où $S = (k ; m)$

$= a(x+3)^2 - \frac{1}{3}$ /2

$(-1 ; 1) \in$ graphe $\Leftrightarrow 1 = a(-1+3)^2 - \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 1 = 4a - \frac{1}{3} \Leftrightarrow 4a = \frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow a = \frac{1}{3}$ /2

d'où $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - \frac{1}{3}$ forme can

$= \frac{1}{3}(x^2 + 6x + 9) - \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{8}{3}$ forme dév /2

ex6

[/5]

$8x^2 - 8x - 6 = 2(4x^2 - 4x - 3)$

$= 2[(4x^2 - 4x + 1) - 1 - 3]$

$= 2[(2x-1)^2 - 4]$

$= 2[2x-1]^2 - 8$ /5

<u>ex 7</u>

[/17]

a) axe : $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$ /2

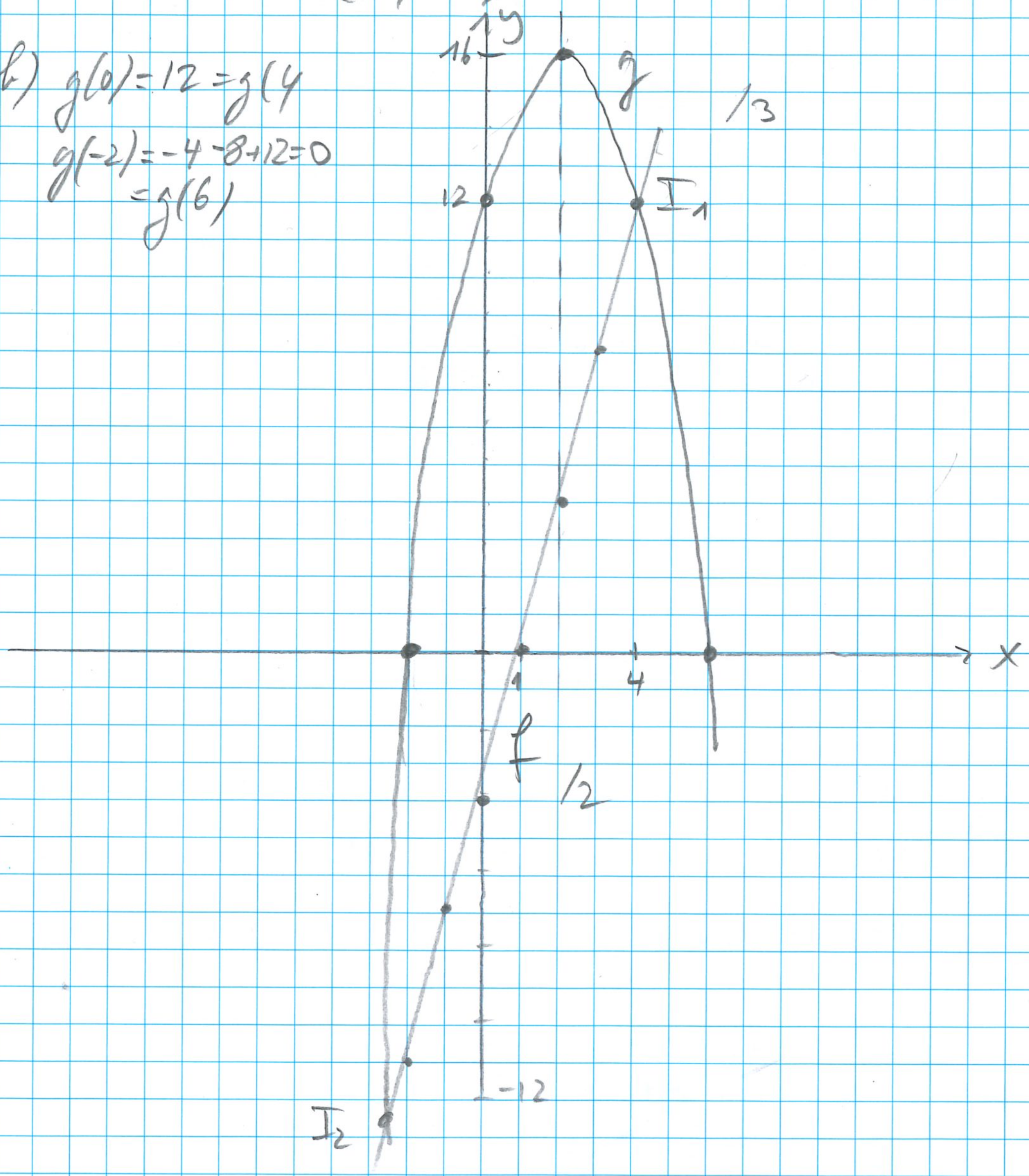
sommet : $-\frac{\Delta}{4a} = -\left(\frac{4^2 - 4\cdot(-1)\cdot 12}{-4}\right) = -\left(\frac{64}{-4}\right) = 16$

$S = (2 ; 16)$ /3

b) $g(0) = 12 = g(4)$

$g(-2) = -4 - 8 + 12 = 0$

$= g(6)$



c) $I_1 = (4 ; 12)$ et $I_2 \approx (-2 ; -13)$ /2

d) $\cancel{4x} - 4 = -x^2 + \cancel{4x} + 12$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x-4)(x+4) = 0$

$\Leftrightarrow$ $x - 4 = 0$ ou $x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4$ $\quad \Leftrightarrow x = -4$ /3

$f(4) = 12 \qquad I_1 = (4 ; 12)$ ✓

$f(-4) = -20 \qquad I_2 = (-4 ; -20)$ imprécision du dessin /2 ex8

[/10]

a) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto ax^2+bx+c$ où $a,b,c \in \mathbb{R}$ sont des constantes
$a \neq 0$
x variable réelle

/3

b) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto x^2$ $\quad x^2=0 \Leftrightarrow x=0 \quad S=\{0\}$ /2

c) x^2+1 car $\Delta = 0^2-4\cdot1\cdot1 = -4<0$ /2

d) $a(x+3)(x-2)=0$ pour tout $a \in \mathbb{R}^*$

$x+3=0$ ou $x-2=0$ /3
$\Leftrightarrow x=-3 \quad \Leftrightarrow x=2$

$S=\{-3;2\}$ il y en a une infinité, pour chaque valeur de a non nulle

ex 10

[max +7]

$y=ax^2+bx+c$

$(1;-5) \in$ courbe $\Leftrightarrow -5=a\cdot1^2+b\cdot1+c$ ①

$(2;1) \in$ courbe $\Leftrightarrow 1=a2^2+b\cdot2+c$ ②

$(-1;-5) \in$ courbe $\Leftrightarrow -5=a(-1)^2+b(-1)+c$ ③ /3

$$\begin{cases} a+b+c=-5 & ① \\ 4a+2b+c=1 & ② \\ a-b+c=-5 & ③ \end{cases}$$

④ = ① + ③ : $2a+2c=-10$

⑤ = ② + 2③ : $6a+3c=-9$

3·④ $\quad 6a+6c=-30$
(−2)·⑤ $\quad -12a-6c=+18$

$-6a=-12$
$\Leftrightarrow a=2$

dans ④ : $2\cdot2+2c=-10$
$\Leftrightarrow 2c=-14$
$\Leftrightarrow c=-7$

dans ① : $2+b-7=-5$
$\Leftrightarrow b=0$ /4

d'où $f(x)=2x^2-7$

ex 9

[/16]

a) $g(2) = 29400 + 630 \cdot 2 - 105 \cdot 2^2 \overset{c}{=} 30240.-$ /2

b) maximum avec le sommet

$-\frac{b}{2a} = \frac{-630}{2 \cdot (-105)} = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac = 630^2 - 4 \cdot (-105) 29400 \overset{c}{=} 12744900$

$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{12744900}{4(-105)} \overset{c}{=} 30345$

$S = (3 ; 30345)$

il doit attendre 3 semaines /2

c) ce gain est de 30345 \$ /2

d) t = nbre de semaine d'attente

$g(t) = (70 + 5 \cdot t) \cdot (420 - 21t)$

$= 29400 + 2100t - 1470t - 105t^2$

[+5max] $= 29400 + 630t - 105t^2$

/5