MaA1 Travail écrit n°4 Corrigé

ex1 [/13]

(a) cercle : ens. des pts situés à égale distance (= rayon) d'un pt donné (= centre) /2

(b) i) gamma
ii) epsilon
iii) correspondants
iv) supplémentaires
v) opposés
vi) alternes-internes
vii) au centre
viii) inscrit /4

(c) i) vrai : γ_3 et β_3 correspondants [déf. de corr.]
$d_1 \parallel d_2$ [hyp]
donc $\gamma_3 = \beta_3$ [ax. de corr.] /4

ii) vrai : par thm "de centre/inscrit" /1,5

iii) vrai : par thm "cercle Thalès" /1,5

ex2 [/16]

(a) Si ΔABC est rectangle en C et si H est l'intersection entre la hauteur issue de C et $[AB]$, alors $\overline{AC}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$
$\overline{BC}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{AH}$ /4

(b) Toujours en fonction du schéma, remplir les [...............] ci-dessous dans la démonstration de ce théorème ; les arguments doivent provenir pour essentiellement de ceux qui sont inclus dans la fiche annexée « Outils de base de la géométrie euclidienne » :

Démonstration pour $\overline{AC}^2=\overline{AH}\cdot[\ldots\overline{AB}\ldots]$ (identique pour $\overline{BC}^2=\overline{BH}\cdot[\ldots\overline{AB}\ldots]$) : /2

idée : nommer $\gamma_1=[\ldots\widehat{HCA}\ldots]$ puis comparer ΔAHC et $[\ldots\Delta ABC\ldots]$

- $\widehat{AHC}=90$, car [.........déf. hauteur.........] et $\gamma=90°$, car [.....hyp.........] pas [...] /0,5 arg. /1,1

  α est commun à ΔAHC et à $[\ldots\Delta ABC\ldots]$

Total : /12

- par ailleurs, on a : $\alpha+\gamma_1+90=180$, car [Thm $\sum\alpha\Delta=180$]

  $\Leftrightarrow\gamma_1=90-\alpha$, car [-90 et $-\gamma_1$]

  et aussi $\alpha+\beta+\gamma=180$, car [Thm $\sum\alpha\Delta=180$]

  $\Leftrightarrow\beta=90-\alpha$, car [-90 et $-\gamma$]

  donc $\gamma_1=\beta$, car [comparaison]

- ainsi $\Delta AHC\sim\Delta ABC$, car [.....déf. Δ~.........]

- $\overline{AH}$ correspond à [........$\overline{AC}$..............] ,

  car [opposés au même angle $\gamma_1=\gamma$ dans les deux triangles]

  $\overline{CH}$ correspond à [.......$\overline{BC}$..............],

  car [opposés au même angle α dans les deux triangles]

  $\overline{AC}$ correspond à [.....$\overline{AB}$..............],

  car [opposés au même angle $\widehat{AHC}=\widehat{BCA}$ dans les deux triangles]

- donc $\dfrac{\overline{AH}}{[\ldots\overline{AC}\ldots]}=\dfrac{\overline{CH}}{[\ldots\overline{BC}\ldots]}=\dfrac{\overline{AC}}{[\ldots\overline{AB}\ldots]}$,

  car [....thm Thalès.....]

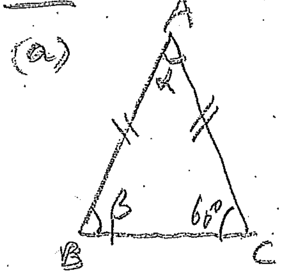
  d'où on retient $\dfrac{\overline{AH}}{[\ldots\overline{AC}\ldots]}=\dfrac{\overline{AC}}{[\ldots\overline{AB}\ldots]}$

  et donc [$\overline{AH}\cdot\overline{AB}=\overline{AC}^2$]

cqfd

ex3 [/6]

(a)



i) ΔABC isocèle en A [hyp]

donc $\beta = 60°$ [thm "Δ isocèle"] /2

$\alpha + 60° + 60° = 180$ [thm "$\Sigma \alpha \Delta = 180°$"]

$\Leftrightarrow \alpha = 60$ ([-120]) /2

ii) ΔABC équilatéral [thm "Δ équil"] /2

ex4 [/6]

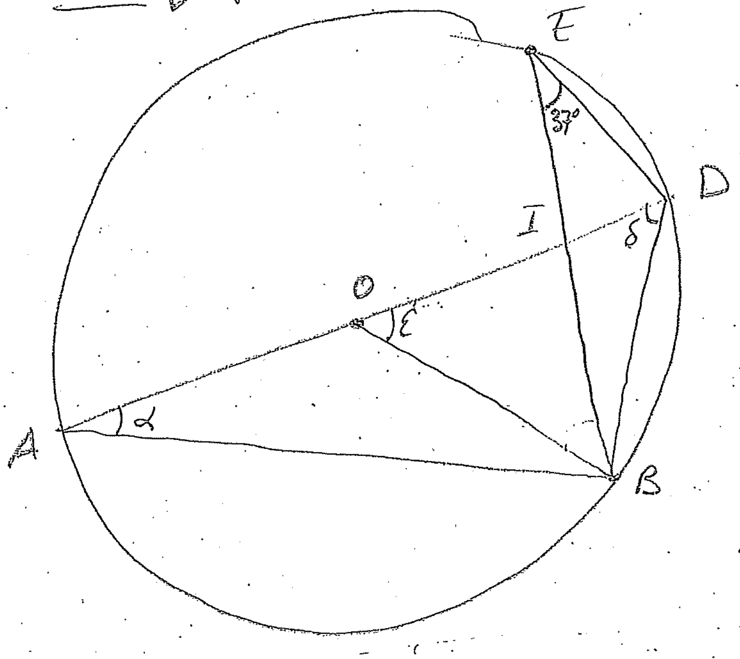
(a) $\frac{L}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360} \Leftrightarrow \frac{10}{2\pi \cdot 30} = \frac{\alpha}{360}$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{10 \cdot 360}{2\pi\, 30} = \frac{60}{\pi} \cong 19{,}1°$ env. /3

(b) $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{L}{2\pi r}$ (ou $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\alpha}{360}$)

$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi \cdot 30^2} = \frac{10}{2\pi\, 30}$

$\Leftrightarrow A = \frac{10 \cdot \pi \cdot 30^2}{2\pi \cdot 30} = 150$ cm² /3 ex6 [/8]



a) • α et $\widehat{DEB}$ interceptent le même arc [hyp]
$\widehat{DEB} = 37°$ [hyp]

1/2 donc $\alpha = 37°$ [thm "α inscrits"]

• $\varepsilon = 2\alpha$ [thm "α centre / α inscrit"]
$= 2 \cdot 37$ ([subst.])

1/2 $= 74°$

• $\widehat{ABD} = 90°$ [thm "cercle Thalès"]

et $\alpha + \widehat{ABD} + \delta = 180°$ [thm "Σα Δ = 180°"]

1/4 $\Leftrightarrow \delta = 180 - 90 - 37$ ([subst et −90 −37])
$= 53°$

Exercice 7 (facultatif : max 7 points).

(a) L'étymologie de « géométrie » est ....mesurer la Terre.................. /1

(b) L'origine de la géométrie est attribuée à la civilisation ....égyptienne.............. /1

Le contexte était les crues du Nil qui inondaient les plaines fertiles, d'où le besoin de mesurer pour établir ce qui appartenait à chacun.............. /2

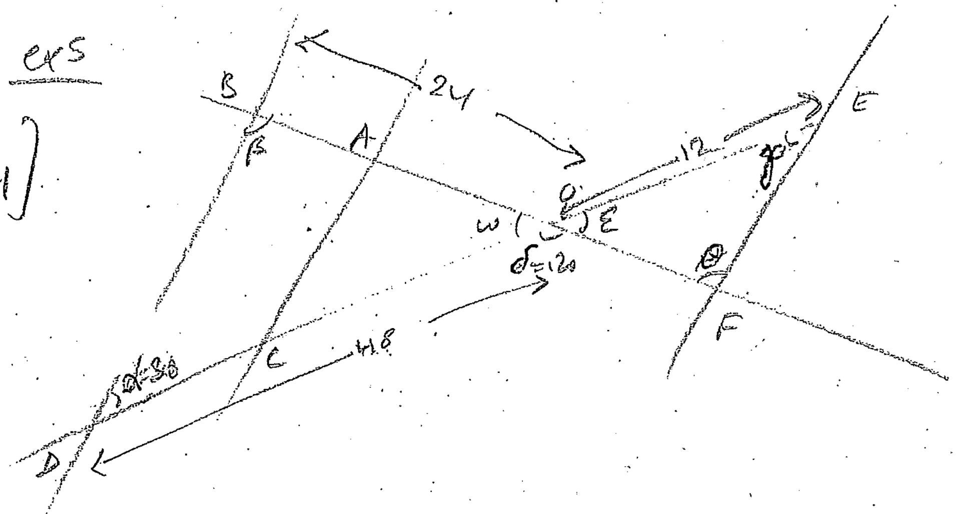
(c) Quand Pythagore a-t-il vécu (environ) ? ~ −580 / −495.............. /1

(d) Comment s'appelle le livre considéré comme le livre majeur de la géométrie?

....Les Éléments.............. /1

Qui l'a écrit? ....Euclide.............. /1 exs

1/21



a) • ω et α suppl

cad $\omega+\alpha=180$ [déf "α suppl"]

1/2 ⟺ $\omega+120=180$ ([hyp + subst])

⟺ $\omega=60$ ([−120])

• $\alpha+\beta+\omega=180$ [thm Σ∢ Δ=180]

⟺ $30+\beta+60=180$ ([subst + hyp])

1/2 ⟺ $\beta=90°$ ([−90])

1/1 donc ΔOBD rectangle en B [déf Δ rect]

b) $\overline{BD}^2+\overline{OB}^2=\overline{DO}^2$ [thm "Pyth"]

1/2 ⟺ $\overline{BD}^2+24^2=48^2$ ([subst + hyp])

⟺ $\overline{BD}^2=1728$ (-24^2)

1/2 ⟺ $\overline{BD}=24\sqrt{3}$

c) • ε et ω opposés [déf "α opp"]

$\varepsilon=\omega$ [thm "α opp"]

1/2 $\varepsilon=60$ ([subst])

• $d_{BD} \parallel d_{EF}$ [hyp]

δ et ψ alt-int [déf α alt-int"]

β et θ

donc $\psi=\delta$, $\theta=\beta$ [thm "α alt-int"]

1/4 cad $\psi=30$, $\theta=90$ ([subst])

d'où ΔOBD ∼ ΔEOF [déf "Δ∼"]

d) $\frac{\overline{EF}}{\overline{BD}}=\frac{\overline{OE}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{OF}}{\overline{OB}}$

1/3 donc $\frac{\overline{EF}}{24\sqrt{3}}=\frac{12}{48}=\frac{\overline{OF}}{24}$

cad $\overline{EF}=\frac{12\cdot 24\sqrt{3}}{48}=6\sqrt{3}$

$\overline{OF}=\frac{12\cdot 24}{48}=6$

e) $\frac{\overline{BD}}{\overline{AO}} \overset{?}{=} \frac{\overline{DO}}{\overline{CO}} \overset{?}{=} \frac{\overline{BD}}{\overline{AC}}$

⟺ $\frac{24}{12} \overset{?}{=} \frac{48}{24} \overset{?}{=} \frac{24\sqrt{3}}{12\sqrt{3}}$ oui

1/3

donc ΔOAC ∼ ΔOBD [réciproque "thm Thalès"]