Travail de mathématiques n°1

Date : 18 octobre 2017

Durée : 90'

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 1Ma1DF05

Matériel autorisé
- Calculatrice personnelle non programmable et non graphique

Remarques
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Nom: ....

Prénom: ....

Groupe: ....

Total des points de l'épreuve : .... /

Note : /

Début du travail

Exercice 1 *(environ 4 points)*

Compléter par le bon terme (directement sur l'énoncé) :

(a) La différence est le résultat de la ..soustraction......................

(b) L'ensemble des nombres dont le développement décimal est fini ou infini périodique s'appelle l'ensemble des ..rationnels....................................

(c) Dans le nombre $\frac{234879}{2342}$, 2342 s'appelle ..le dénominateur.......

(d) L'opposé de $\frac{77}{8}$ est ..... $-\frac{77}{8}$................

/4

Exercice 2 *(environ 4 points)*

(a) Ecrire comme puissance de 10 : «Dix mille millions de milliards »

$10\cdot10^3\cdot10^6\cdot10^9 = 10^{19}$

/2

(b) Ecrire en notation scientifique le nombre 0,00568.

$5,68\cdot10^{-3}$

/2

Exercice 3 *(environ 11 points)*

Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible :

(a) $-4\cdot(-2)-6-(-3) =$ $8-6+3 = 5$ /2

(b) $[((-3+15):4-2\cdot5+8:2)\cdot5-1]:(3-4)+2$

$= [12:4-2\cdot5+8:2)\cdot5-1]:(-1)+2$

$= [(3-10+4)\cdot5-1]:(-1)+2$

$= [(-3)\cdot5-1]:(-1)+2$

$= [-15-1]:(-1)+2$

$= [-16]:(-1)+2$ /4

$= 16+2$

$= 18$

(c) $\dfrac{-\frac{3}{2}}{\frac{9}{4}}-\dfrac{-2}{3}=$ $-\dfrac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}}\cdot\dfrac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{9}_{3}}+\dfrac{2}{3} = \dfrac{-2}{3}+\dfrac{2}{3}=0$ /3

(d) $\dfrac{-3^2}{-(-3)^3}=$ $\dfrac{-9}{-(-27)} = -\dfrac{9}{27} = -\dfrac{1}{3}$ /2 (signe : /1 calcul : /1)

Exercice 4 *(environ 8 points)*

Calculer en donnant la réponse la plus simplifiée possible sans exposant négatif :

(a) $2^{3^2} =$ $= 2^{(3^2)} = 2^9 = 512$ /1

(b) $-2\cdot6^{-2} =$ $-2\cdot\dfrac{1}{6^2} = -\dfrac{2}{36} = -\dfrac{1}{18}$ /2

(c) $\dfrac{-25^7\cdot(-4)^{20}}{(-8)^8\cdot10^{15}} =$ $-\dfrac{(5^2)^7\cdot4^{20}}{8^8\cdot10^{15}} = -\dfrac{(5^2)^7\cdot(2^2)^{20}}{(2^3)^8\cdot(2\cdot5)^{15}} = -\dfrac{5^{14}\cdot2^{40}}{2^{24}\cdot2^{15}\cdot5^{15}}$

$= -\dfrac{2^{40}\cdot5^{14}}{2^{39}\cdot5^{15}} = -\dfrac{2}{5}$ /4

+ signe : /1

Exercice 5 *(environ 4 points)*

Les primes d'assurances maladies augmentent chaque année de 5%. Le premier janvier 2016, une prime coûtait 2450 CHF par année. Combien coûtait une prime le premier janvier 2014 ?

x : prix le 1.1.2014

après 1 an : $x + 5\% \cdot x = 105\% x = \frac{105}{100} x$

après 2 ans : $\frac{105}{100} x + 5\% \, \frac{105}{100} x = \left(\frac{105}{100} x\right) \cdot \frac{105}{100} = \left(\frac{105}{100}\right)^2 \cdot x$

on sait que $\left(\frac{105}{100}\right)^2 x = 2450 \iff x = \frac{2450}{\left(\frac{105}{100}\right)^2} \cong 2222,2$ CHF

Exercice 6 *(environ 3 points)*

6 artisans fabriquent 120 jouets en 4 heures. En combien de temps, avec une efficacité identique, 4 artisans fabriqueront ils 160 jouets?

$\div 6$	6 A	120 J	4 H	
	1 A	20 J	4 H	$\cdot 8$
$\cdot 4$	1 A	160 J	32 H	
	4 A	160 J	8 H	$\div 4$

4 artisans mettront 8h pour fabriquer 160 jouets

/3

Exercice 7 *(environ 3 points)*

Ecrire $\frac{184}{11}$ sous forme de nombre décimal (détail de la procédure incluse).

$$\begin{array}{r|l} 184 & 11 \\ \hline -176 & 16,72 \\ 80 & \\ -77 & \\ 30 & \\ -22 & \\ 8 & \end{array}$$

même reste

donc $\frac{184}{11} = 16,\overline{72}$

/3

Exercice 8 *(environ 3 points)*

Ecrire $3{,}0\overline{43}$ sous forme de fraction irréductible.

$x = 3{,}0\overline{43}$

$10x = 30{,}\overline{43}$

$1000x = 3043{,}\overline{43}$

$$\begin{array}{r} 1000x \\ -\ 10x \\ \hline 990x \end{array} = \begin{array}{r} 3043{,}\overline{43} \\ -\ 30{,}\overline{43} \\ \hline 3013{,}0 \end{array}$$

$x = \frac{3013}{990}$

/3

Exercice 9 *(environ 10 points)*

(a) Simplifier au maximum : $3\sqrt{108}-\sqrt{81}-\sqrt{75}$

$= 3\cdot\sqrt{36\cdot 3} - 9 - \sqrt{25\cdot 3}$

$= 3\cdot 6\sqrt{3} - 9 - 5\sqrt{3}$

$= 18\sqrt{3} - 9 - 5\sqrt{3}$

$= 13\sqrt{3} - 9$

/3

(b) Simplifier au maximum et donner la réponse en valeur exacte avec un dénominateur sans racine carrée :

i. $\frac{6\sqrt{8}}{2-\sqrt{8}} = \frac{6\sqrt{8}\cdot(2+\sqrt{8})}{(2-\sqrt{8})(2+\sqrt{8})} = \frac{6\cdot 2\cdot\sqrt{8} + 6\cdot\sqrt{8}\sqrt{8}}{2^2-(\sqrt{8})^2}$

$= \frac{12\sqrt{4\cdot 2} + 6\cdot 8}{4-8} = \frac{12\cdot 2\sqrt{2} + 48}{-4}$

$= \frac{24\sqrt{2}+48}{-4} = \frac{\cancel{4}(6\sqrt{2}+12)}{-\cancel{4}}$

$= \frac{6\sqrt{2}+12}{-1} = -6\sqrt{2} - 12$

/4

ii. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \left(\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{\sqrt{5}}\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{10}\sqrt{5}}{5}$

$= \frac{5+\sqrt{50}}{5} = \frac{5+\sqrt{25\cdot 2}}{5} = \frac{5+5\sqrt{2}}{5}$

$= \frac{\cancel{5}\cdot(1+\sqrt{2})}{\cancel{5}} = 1+\sqrt{2}$

/3

Exercice 10 *(environ 4 points)*

Exprimer sous la forme d'une expression comprenant une unique puissance de x et de y et donner la réponse sans exposant négatif (x,y non nuls) :

$$\frac{(y^2)^3(x^3\cdot y^2)^{-1}}{(xy^{-2})^3x^0} = \frac{y^6 x^{-3} y^{-2}}{x^3 y^{-6}\cdot 1} = \frac{y^4 x^{-3}}{x^3 y^{-6}} = \frac{y^{10}}{x^6}$$

/4

Exercice 11 *(environ 3 points)*

Donner la définition précise de la racine carrée d'un nombre a positif ou nul.

$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$ et $b \geq 0$

(la racine carrée de a est le nombre positif b tel que $b^2 = a$) /3

Exercice 12 *(environ 5 points)*

Compléter par la bonne notation ensembliste :

(a) $\frac{32}{4}$ ...$\in$... $\mathbb{Z}$

(b) $\mathbb{N}\cap\mathbb{Z}_- =$ ...$\{0\}$...

(c) $\mathbb{Z}$.$\cup$. $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

(d) $\mathbb{Z}\setminus\{0\} =$ ...$\mathbb{Z}^*$

(e) $\mathbb{R}\setminus\mathbb{R} =$ ......$\emptyset$

Exercice 13 *(environ 4 points)*

Vrai ou faux ? Justifier.

$0,\overline{3}\cdot\sqrt{8}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}$ est rationnel.

$0,\overline{3} = \frac{1}{3}$

$\sqrt{8} = \sqrt{4\cdot 2} = 2\sqrt{2}$

donc $0,\overline{3}\cdot\sqrt{8}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{2\cdot 2}{3\cdot 3} = \frac{4}{9} = 0,\overline{4}$

dont le développement décimal admet une partie fractionnaire infinie périodique, donc, par définition, c'est bien un nombre rationnel

/4

VRAI

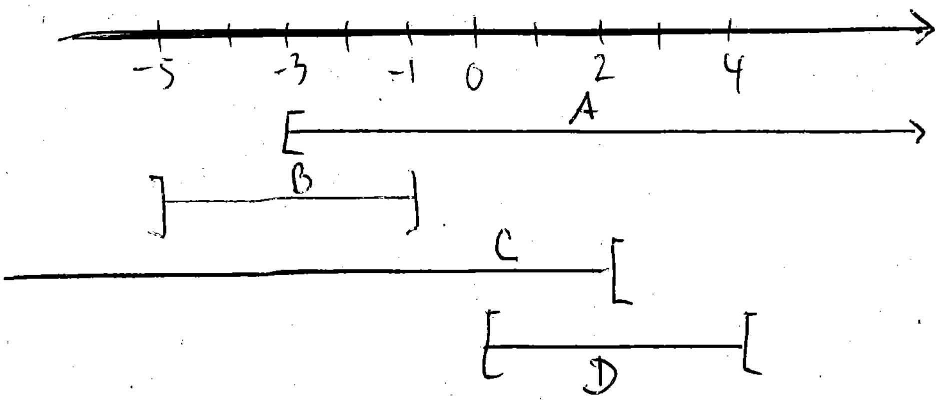
Exercice 14 *(environ 11 points)*

(a) Compléter le tableau suivant :

A	$\{x\in\mathbb{R} \mid -3\leq x\}$	$[-3\,;+\infty[$
B	$\{x\in\mathbb{R} / -5<x\leq -1\}$	$]-5\,;-1]$
C	$\{x\in\mathbb{R} \mid x<2\}$	$]-\infty\,;2[$
D	$\{x\in\mathbb{R} \mid 0\leq x<4\}$	$[0\,;4[$

/4

(b) Représenter A, B, C et D sur une droite réelle.



/2

(c) Déterminer avec la notation adéquate sous forme d'intervalle (en considérant les ensembles définis en (a)): :

i. $B\cup D =]-5\,;-1] \cup [0\,;4[$

ii. $B\cap C =]-5\,;-1]$

iii. $A\cup C = \mathbb{R} =]-\infty\,;+\infty[$ /5

iv. $D\setminus B = [0\,;4[$

v. $A\setminus D = [-3\,;0[\cup [4\,;+\infty[$