

| <b>Collège de Saussure</b><br><b>Examen semestriel de mathématiques de 1re année, niveau normal</b> |   |
|---|---|
| Date  | 8 juin 2018   |
| Durée   | 120 minutes   |
| Maître(s), cours et nombre d'élèves   | Jean-Marie Delley - 1Ma1.DF01 - 24 élèves<br>Jean-Marie Delley - 1Ma1.DF05 - 23 élèves<br>...   |
| Nombre de pages   | ...   |
| Impression  | recto-verso, noir-blanc   |
| Nombre d'exercices  | ...   |
| Documents et matériel autorisés   | calculatrice TI30, TI34. TI30XPro ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).   |
| Consignes   | Répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire les feuilles quadrillées fournies en y ajoutant votre nom.<br>Toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement et/ou un calcul détaillé.<br>La présentation doit être soignée, l'écriture lisible. |

**Nom** : ..... **Prénom** : .....

**Groupe**: ..... **Cours** : .....

**Points obtenus**: ..... **Note**: .....

### Répartition des points

*Exercice 1 : points*

*Exercice 2 : points*

*Exercice 3 : points*

*Exercice 4 : points*

*Exercice 5 : points*

*Exercice 6: points*

*Exercice 7: points*

*Exercice 8: points*

*Exercice 9: points*

*Notations : points*

**Total : points**

*Exercice 1 (environ ... points)*

Soit  $A = (x^2 - 1) + (x - 1)(2x + 5)$

- Développer et réduire  $A$ .
- Factoriser  $A$  le plus possible, sans développer, et en indiquant les étapes.
- Résoudre  $A = 0$ .

*Exercice 2 (environ ... points)*

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = -x^2 - x - 4$ .

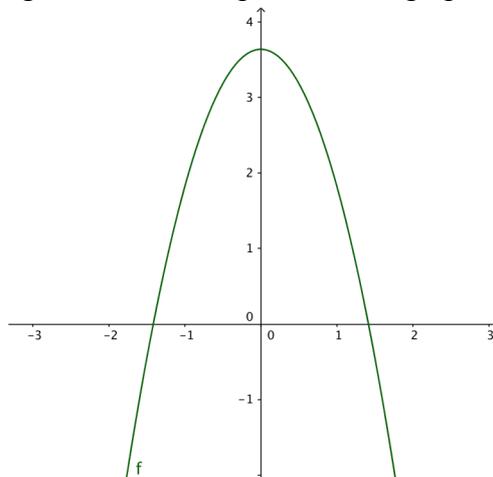
- Déterminer l'axe de symétrie de  $f$ .
- Déterminer le sommet de  $f$ .
- Déterminer l'ensemble des zéros  $Z_f$ .
- Représenter graphiquement  $f$  de façon précise.

On considère également la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x - 4$ .

- Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ .
- Résoudre algébriquement l'équation  $f(x) = g(x)$ .

*Exercice 3 (environ ... points)*

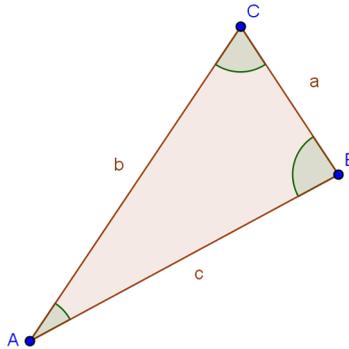
On considère la fonction  $f$  de degré 2 dont une représentation graphique est donnée ci-dessous :



On sait que  $Z_f = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$  et que l'image de 1 est égale à 2. Déterminer les trois formes (développée, canonique et factorisée) de l'expression  $f(x)$ .

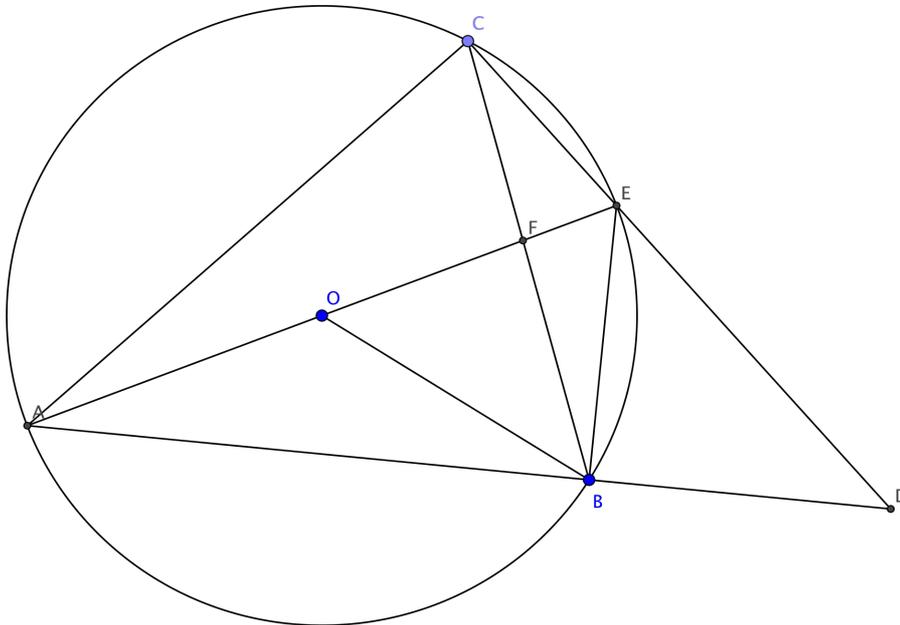
## Exercice 4 (environ ... points)

- (a) Résoudre l'équation  $-2x^3(x^2 - 8)(x^2 - 5x + 6)(2x + 3) = 0$
- (b) Factoriser le plus possible l'expression  $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) - (a - b)^2(a + b)^2$
- (c) Donner une équation de votre choix dont l'ensemble solution soit  $S = \{-3; \sqrt{2}\}$
- (d) Résoudre le système suivant :  $\begin{cases} 2x - 3y = -2 \\ 6y = 4x + 1 \end{cases}$  puis interpréter graphiquement la solution  
(Indication : il n'est pas forcément nécessaire de représenter graphiquement le problème!).
- (e) Déterminer toutes les longueurs de côtés et les mesures d'angles manquantes dans le schéma suivante, où  $\widehat{ABC} = 90^\circ$ ,  $\widehat{BCA} = 21^\circ$  et  $b = 12$  (les calculs détaillés suffisent comme justification) :



## Exercice 5 (environ ... points)

On considère la figure ci-contre, où  $[AE]$  est un diamètre du cercle,  $O$  est le centre du cercle,  $B$  et  $C$  appartiennent au cercle,  $\alpha = \widehat{CAE}$  et  $\beta = \widehat{OBE}$ .



Partie I : Justifier très précisément vos réponses en vous appuyant exclusivement sur les outils de la boîte à outils annexée :

- Que peut-on dire du triangle  $\triangle AEC$  ?
- Que peut-on dire du triangle  $\triangle OBE$  ?
- Que peut-on dire des triangles  $\triangle FCA$  et  $\triangle FBE$  ?

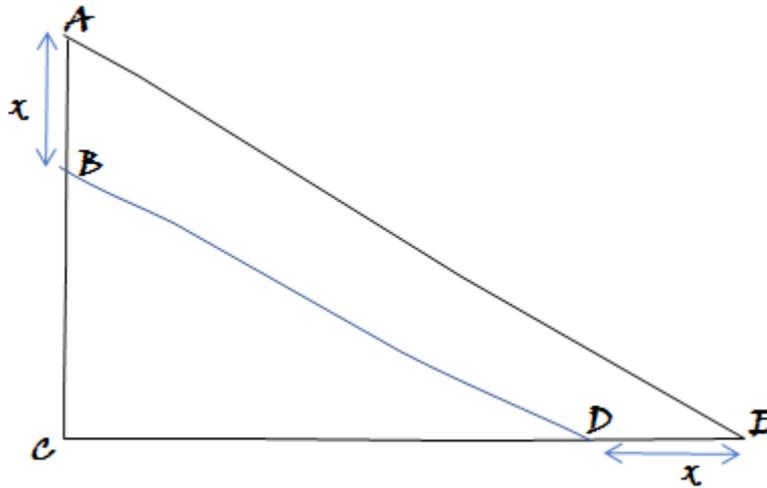
Partie II : On suppose de plus que  $\alpha = 30^\circ$  et  $\beta = 60^\circ$ . Continuez à justifier très précisément vos réponses en vous appuyant exclusivement sur les outils de la boîte à outils annexée. Par ailleurs, les résultats numériques doivent être donnés en valeur exacte simplifiée au maximum, sans racine carrée au dénominateur :

- Calculer  $\widehat{AEC}$ .
- Calculer  $\widehat{BEO}$ .
- Calculer  $\widehat{EOB}$  et en déduire une propriété supplémentaire du  $\triangle OBE$ .
- Calculer  $\widehat{OAB}$ .
- Les droites  $d_{OB}$  et  $d_{CE}$  sont-elles parallèles ?

## Exercice 6 (environ ... points)

Soit  $\triangle ABC$  un triangle rectangle en  $C$  tel que  $\overline{BC}=2,4$  et  $\overline{CD}=3,6$ .

On prolonge les deux côtés de l'angle droit d'une même longueur  $x$  pour obtenir le triangle  $ACE$ .

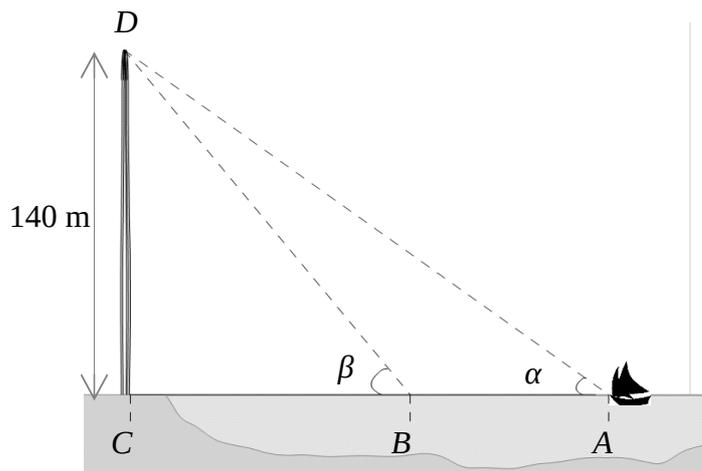


- (a) Les triangles  $\triangle ACE$  et  $\triangle BCD$  sont-ils semblables ? Justifier en indiquant (uniquement) quel est le théorème utilisé pour répondre.

Pour les points (b) et (c) ci-dessous, on ne demande pas d'autre justification que les calculs détaillés :

- (b) Trouver une expression algébrique qui donne l'aire du triangle  $\triangle ACE$  en fonction de  $x$ .  
 (c) Que vaut  $x$  si l'aire du  $\triangle ACE$  est le double de l'aire du  $\triangle BCD$  ?

## Exercice 7 (environ ... points)



Sur le lac Léman, un bateau fait route en direction du jet d'eau qui culmine à  $140\text{ m}$  au-dessus du niveau du lac. Si le capitaine du bateau est au niveau de l'eau et observe que l'angle d'élévation varie de  $\alpha = 25^\circ$  à  $\beta = 40^\circ$  (pendant que le bateau avance du point  $A$  au point  $B$ ), quelle est la distance parcourue par le bateau ? Les calculs détaillés suffisent comme justification.