Collège de Saussure **Examen semestriel de mathématiques de 1re année, niveau normal**	
Date	20 décembre 2017
Durée	120 minutes
Maîtres, cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley - 1Ma1.DF01 - 24 élèves Jean-Marie Delley - 1Ma1.DF05 - 23 élèves
Nombre de pages	xx
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	xx
Documents et matériel autorisés	personnels : • calculatrice TI30, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	• **répondre sur l'énoncé ; vous pouvez joindre si nécessaire les feuilles quadrillées fournies en y ajoutant votre nom ;** • la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ; • toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ; • tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : ....**Prénom** : ....

Groupe: ....**Cours** : ....

Points obtenus: ....**Note**: ....

Répartition des points

Exercice 1 : 9 points

Exercice 2 : 5 points

Exercice 3 : 13 points

Exercice 4 : 14 points

Exercice 5 : 7 points

Exercice 6: 7 points

Exercice 7: 13 points

Notations : 2 points

Total : 70 points

Exercice 1 (environ 6 points)

Version MA1 :

Coralie a joué 20 parties d'un jeu en ligne. Chaque partie gagnée lui a rapporté 3,50 CHF et chaque partie perdue lui a coûté 2,5 CHF. Au final, elle a gagné 4,00 CHF.

Combien de parties a-t-elle gagnées ?

Version MA2 :

Coralie a joué 20 parties d'un jeu en ligne. Chaque partie gagnée lui a rapporté 3,50 CHF et chaque partie perdue lui a couté 2,5 CHF. Au final, elle a perdu 8,00 CHF.

Combien de parties a-t-elle gagnées ?

Exercice 2 (environ xx points)

On considère la conjecture suivante :

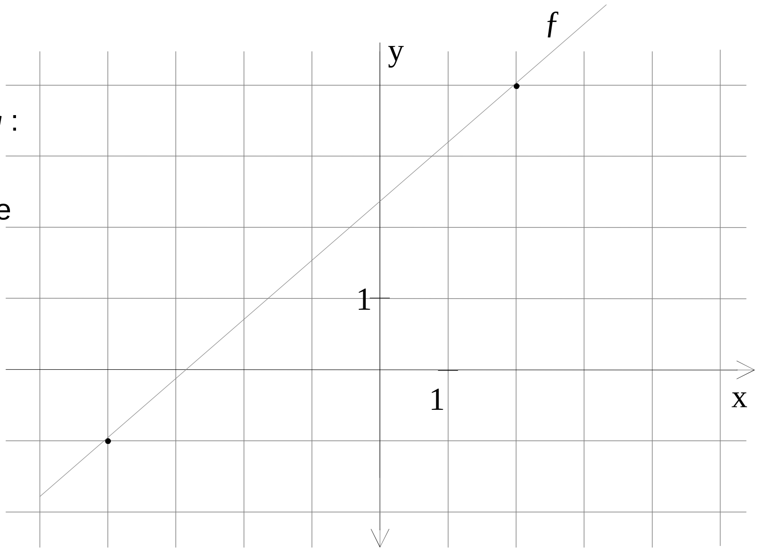
Conjecture A: « Si un nombre se termine par 4, alors son carré est multiple de 4 »

a) Identifier clairement ci-dessus hypothèse(s) et conclusion(s).
b) Donner une hypothèse implicite de cette conjecture.
c) La conjecture A est elle vraie ou fausse ? Justifier précisément.
d) Enoncer la réciproque de la conjecture A.
e) Cette réciproque est elle vraie ou fausse ? Justifier précisément.
f) Enoncer la contraposée de la réciproque de la conjecture A.
g) Cette contraposée est elle vraie ou fausse ? Justifier précisément.

Exercice 3 (environ xx points)

a) On considère la phrase suivante : « La somme de deux cubes est égale au produit de leur différence et de la somme dont les termes sont leurs carrés et leur produit ».
La traduire en une expression mathématique.
b) On considère la conjecture suivante : « Le produit de deux impairs consécutifs est un multiple de 3.
    a. L'énoncer sous forme d'une implication.
    b. Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Exercice 4 (environ 13 points)



On considère deux fonctions f et g :

- une représentation graphique de f est donnée ci-contre. Elle passe exactement par les deux points marqués en gras
- La fonction g est donnée par son expression algébrique $g(x) = -\frac{6}{5}x - 2$.

(a) Déterminer **par un calcul** le zéro de g.

(b) Tracer une représentation graphique de la fonction g dans le même repère.

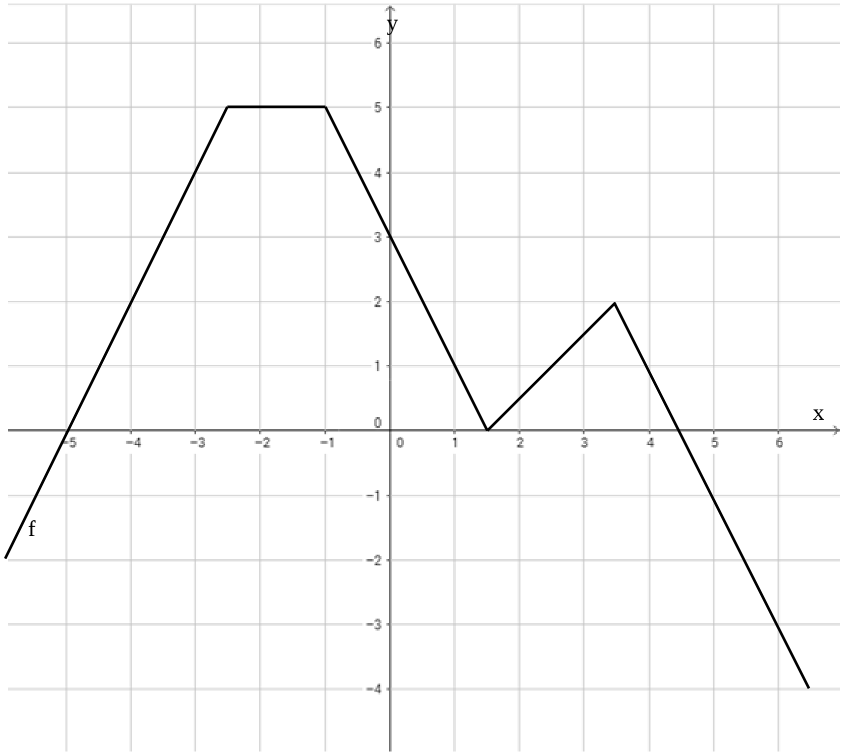
(c) Donner l'expression algébrique de f

(d) La courbe représentative de f est-elle perpendiculaire à celle de g ? Justifier par un calcul.

(e) Calculer les coordonnées exactes du point d'intersection entre f et g

Exercice 5 (14 points)

Soit la fonction réelle f donnée par sa représentation graphique. On suppose que la fonction n'est pas définie en dehors de la région représentée.



Donner, selon la précision du dessin:

(a) L'image de -1 par f

(b) L'ordonnée à l'origine de f

(c) $f(3)$

(d) $f^{-1}(1)$

(e) L'ensemble des zéros de f

(f) L'ensemble des préimages de 6 par f

(g) Le tableau des signes de f

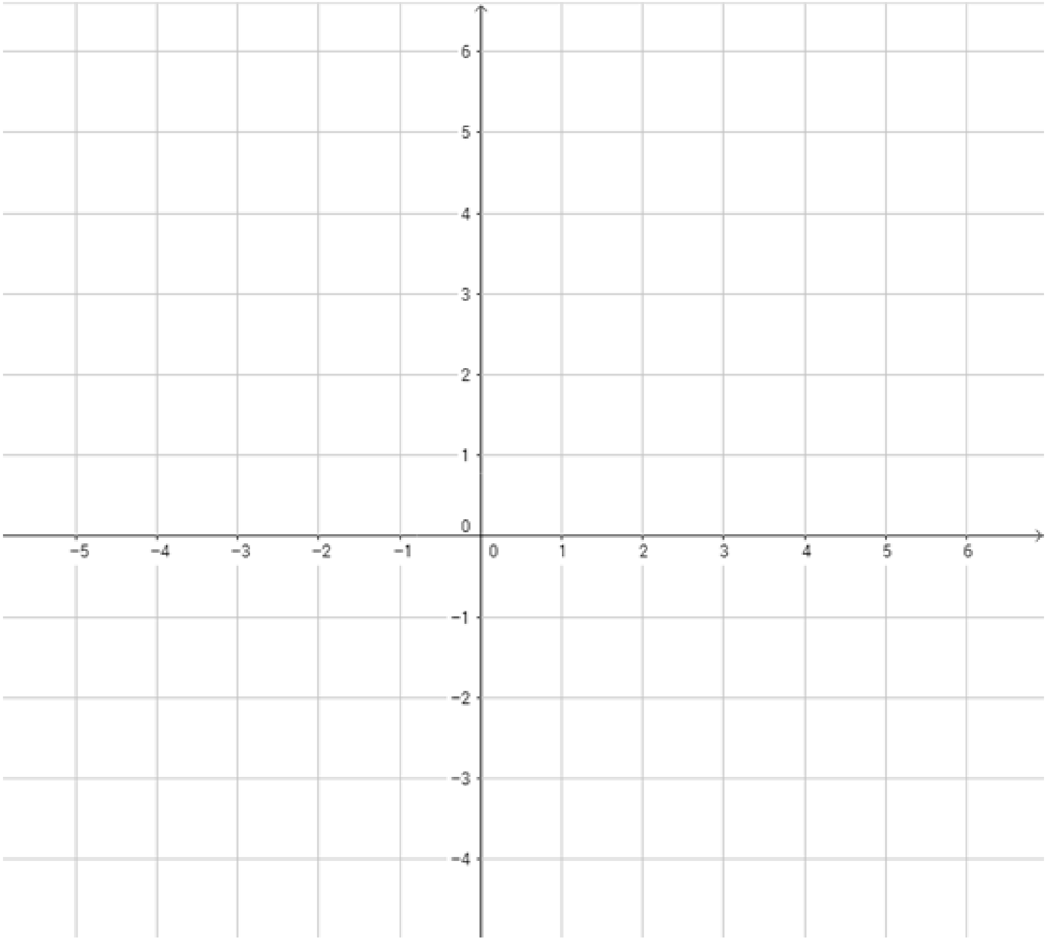
(h) L'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $f(x)<0$.

(i) $f^{-1}(5)$

Exercice 6 (8 points)

Sur le repère ci-dessous, tracer la représentation graphique d'une même fonction qui possède simultanément toutes les propriétés suivantes :

- l'ensemble de ses zéros est Z_f = {-4; 1;5} ;
- l'image de -1 est -2 ;
- l'ensemble des préimages de -1 est {-3,5; -0,5} ;
- elle est constante sur l'intervalle [-3;-1] ;
- elle est affine sur l'intervalle [-5;-3] ;
- elle est linéaire sur l'intervalle [-1;1] ;
- elle est strictement décroissante sur l'intervalle [-3;6].



Exercice 7 (10 points)

Soient les trois ensembles *A*, *B* et *C* définis par :

$$A=\{x\in\mathbb{N} \mid 2<x<6\} \quad ; \quad B=]0;3]; \quad C=\{x\in\mathbb{R} \mid -2<x<4\}$$

(a) Parmi les expressions suivantes entourer toutes celles qui sont correctes.

A=]2:6[	$B=\{x\in\mathbb{R} \mid 0<x\leq 3\}$	C=]-2:4[
C=[-2:4]	$A\cap B=\{3\}$	$B\subset C$

(b) Déterminer :

i. $B\cap C$

ii. $B\cup C$

iii. $B\setminus A$

iv. $C\setminus B$

Exercice 8 (4 points)

Compléter par le symbole le plus adéquat parmi les suivants : $\in$; $\notin$; $=$; $\subset$; $\not\subset$; $\cup$; $\cap$; $\setminus$;

$\frac{2}{3} \;...\; \mathbb{Z}$	$0 \ldots\ldots\ldots \mathbb{R}$	$\mathbb{N} \;...\; \mathbb{Z}^*_- = \emptyset$	$\mathbb{Q} \ldots\ldots\ldots \mathbb{N}^* = \mathbb{Q}$

Exercice 9 (xxx points)

Le coin de la technique :

(a) Simplifier au maximum en écrivant les étapes et sans laisser de racine ni de puissance négative au dénominateur

i. 2^{3^2}

ii. Simplifier le plus possible : $-(-3x-4y-(x-y))-3y-(5x-(2y-x)+(-y+6x)-y)+x$

iii. $\dfrac{-1^{21}}{-(-1)^{33}}=$

iv. $\dfrac{1}{8}\cdot\left(\dfrac{4}{\frac{3}{2}}+2\right)$

v. $d=\dfrac{300^{101}}{3^{101}}\cdot\dfrac{1}{(0,01)^{-100}}$

vi. $2x\cdot\dfrac{13}{100}\cdot\dfrac{10x+3x}{15}$

vii. $\dfrac{9^{200}\cdot5^{156}}{15^{155}\cdot3^{445}}$

viii. $c=\dfrac{x^{-2}\cdot x^{10}}{x^2\left(x^3\right)^2}$

ix. $\dfrac{6}{\sqrt{18}}$

x. $\dfrac{1}{\sqrt{2}-3}$

(b) Ecrire $8,\overline{8}$ comme fraction irréductible.

(c) Ecrire $\dfrac{7}{13}$ sous forme décimale.

(d) Résoudre les équations suivantes en donnant les solutions simplifiées au maximum.

i. $\dfrac{5x}{3}-\dfrac{x-1}{2}=2x+1$

ii. $\dfrac{\sqrt{8}\cdot x-3\sqrt{24}}{2}=\sqrt{6}$