Début du travail

[/16]

Exercice 1 (environ 16 points)

Soit x une variable réelle.

Résoudre l'équation $\dfrac{x-3}{x} - \dfrac{4}{x^2-2x} = \dfrac{-x}{x-2}$

- D : pb si $x=0$

  pb si $x^2-2x=0$

  $x(x-2)=0$

  $x=0$ ou $x-2=0$

  $x=2$

  pb si $x-2=0$

  $x=2$

  $\Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0;2\}$

(5)

(3) • Ppcm de x, $x(x-2)$ et $x-2$: $x\cdot(x-2)$

- $\dfrac{x-3}{x} - \dfrac{4}{x(x-2)} = \dfrac{-x}{x-2} \Leftrightarrow \dfrac{(x-3)(x-2)}{x\cdot(x-2)} - \dfrac{4}{x(x-2)} = \dfrac{-x\cdot x}{(x-2)\cdot x}$ $\cdot x(x-2)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-2) - 4 = -x^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 - 4 = -x^2$ $+x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-5)^2 - 4(-2)\cdot 2$

$= 9$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

(4) $= \dfrac{5 \pm 3}{4}$ $\rightarrow x = 2$ $\rightarrow x = 1/2$

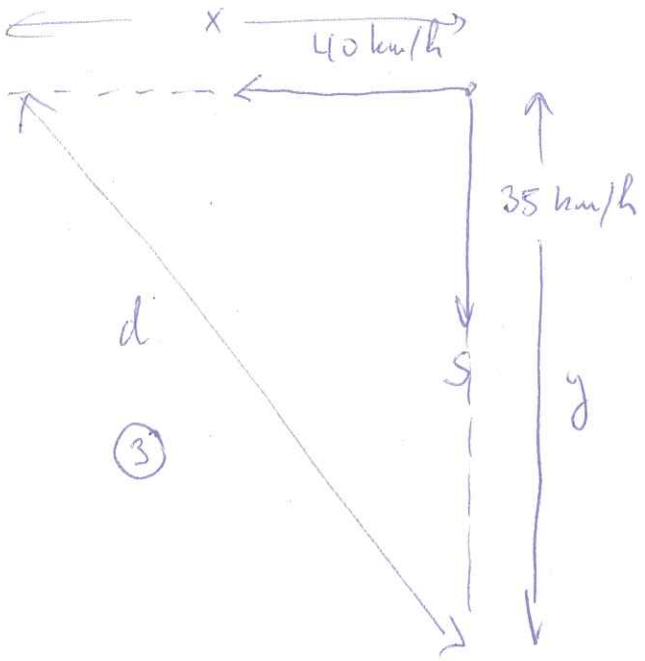
- $2 \notin D$

(4) $1/2 \in D$ donc $S = \{1/2\}$

[/10]

Exercice 2 (environ 10 points)

Deux navires quittent le même port en même temps. L'un se dirige vers le sud et l'autre se dirige vers l'ouest. Le premier navigue à 35 km/h et le second navigue à 40 km/h. Quelle distance sépare (en ligne droite) les deux navires après 3 heures 17 minutes ?



• 3h17' à 40 km/h = 131,$\overline{3}$ km = x

3 à 35 km/h = 114,916$\overline{6}$ km = y

• Pythagore :

$d^2 = x^2 + y^2$

$d = \sqrt{x^2 + y^2}$

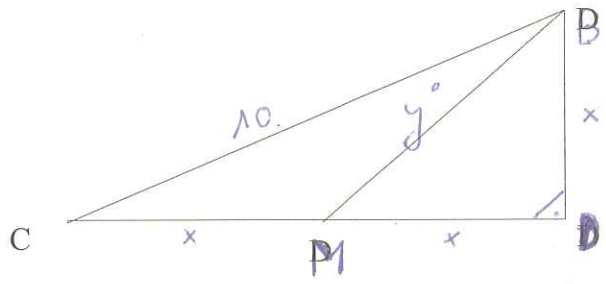
$\simeq 174,51$ km

4

Exercice 3(environ 10 points)

[/10]

C, *D* et *B* sont les sommets d'un triangle rectangle en *D* . L'hypoténuse du triangle ΔBCD mesure 10 [cm].
M est le point milieu du côté [CD].
M est également un sommet du triangle ΔBDM, qui est isocèle (en D).
Calculer les 3 côtés du triangle ΔBDM



(2)

Pythagore : $10^2 = x^2 + (2x)^2$

$\Leftrightarrow 100 = 5x^2$

$\Leftrightarrow x^2 = 20$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{20}$

$= \pm 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{5}$ cm

$\simeq 4{,}47$ cm

donc $\overline{BD} = \overline{DM} = x = 2\sqrt{5}$ cm (4)

et Pythagore : $y^2 = x^2 + x^2$

$\Leftrightarrow y^2 = 2x^2$

$\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{2x^2}$

$\Rightarrow = \sqrt{2} \cdot x$

$= \sqrt{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{5}$

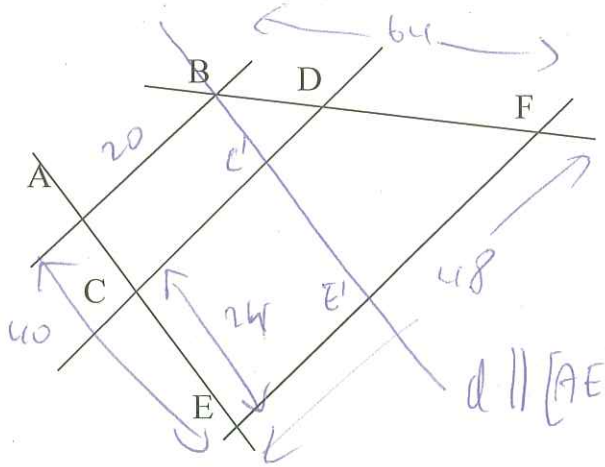
$= 2\sqrt{10}$ cm

$\simeq 6{,}32$ cm (4)

Exercice 4 (environ 13 points)

[/13]

On considère la situation suivante :



(3)

On suppose que:

- [AB] || [CD]
- [AB] || [EF]
- $\overline{AB} = 20$, $\overline{AE} = 40$, $\overline{BF} = 64$, $\overline{CE} = 24$, $\overline{EF} = 48$

Trouver $\overline{CD}$ et $\overline{BD}$ en donnant toutes les réponses sous forme de fraction irréductible et sous forme approchée arrondie au centième.

- Thalès : $\frac{BF}{BD} = \frac{E'F}{C'D} = \frac{BE'}{BC'}$ (4)

- $BE' = AE = 40$

  $E'F = 48 - 20$
  $= 28$

  $BC' = 40 - 24$ (2)
  $= 16$

- $\frac{64}{BD} = \frac{28}{C'D} = \frac{40}{16}$

$BD = \frac{64 \cdot 16}{40}$
$= \frac{128}{5}$
$= 25,60$

$C'D = \frac{16 \cdot 28}{40}$
$= \frac{56}{5}$
$= 11,20$

(4) donc $CD = 20 + 11,2$
$= 31,2$

Exercice 5 (environ 17 points)

(a) Enoncer le théorème d'Euclide en identifiant clairement hypothèse(s) et conclusion(s)

/(7)

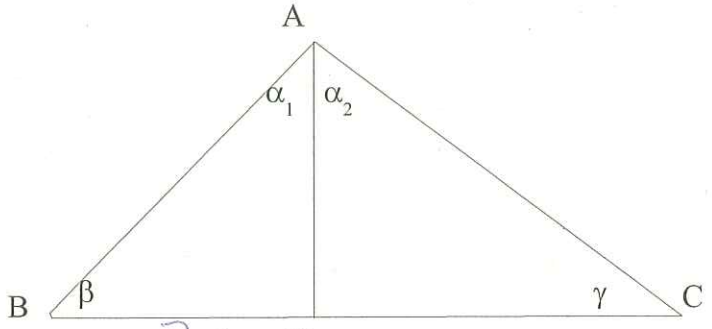
HYP : Soit ΔABC rectangle en A

CONCL : Alors $\begin{cases} \overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC} \\ \overline{AC}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{CB} \end{cases}$

(4)

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème (une des deux formules). Pour chaque [.....], compléter.

Démonstration:



On a :

[HYP] $\Rightarrow$ $\alpha_1+\alpha_2 = 90$ $\Rightarrow$ $\alpha_2 = 90-[\alpha_1]$

[Thm 180] $\Rightarrow$ $\alpha_1 + \beta + 90 = [180]$ $\Rightarrow$ $\beta = [90-\alpha_1]$

(5)

$\alpha_2 = [\beta]$ $\Leftarrow$ car [Thm 180]

$\alpha_1 = \gamma$ $\Leftarrow$ car [def ~]

$\Delta ABH \sim \Delta ABC$ $\Leftarrow$ car [Thm THA]

(4)

(1) $\dfrac{AB}{[BC]} = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{[BH]}{AB}$ $\Leftarrow$ car [de $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BH}{AB}$ $\cdot AB$ $\cdot BC$]

(1) $[AB]^2 = [BH \cdot BC]$

$AB^2 = BH \cdot BC$

(2)

Exercice 6 (environ 10 points + 4 facultatif)

[/10]

+4

(a) Expliquer pourquoi les égyptiens ont eu besoin de mesurer des surfaces ?

A cause des crues du Nil qui chaque année devastaient tout, en particulier les marques qui delimitaient les terrains (2)

(b) Quand Pythagore est-il né (à 75 ans prés)

~ -580 (2)

(c) Dans quelle région Thales a-t-il vécu ?

Milet (Turquie actuelle) / Bassin Méditerranéen (2)

(d) Qu'est-ce que le disciple de Pythagore Hypase a-t-il découvert qui – selon la légende – l'a conduit à sa perte ? Pourquoi l'a-t-on fait taire ?

. l'irrationnalité de $\sqrt{2}$

. Cela contredisait la théorie des Pythagoriciens selon laquelle tout était fraction (4)

(e) Facultatif :
Donner les noms des 5 solides platoniciens, le nombre de leurs faces et avec quel type de polygone ils sont construits

tetraèdre / 4 / triangles équilatéraux

cube / 6 / carrés

octaèdre / 8 / triangles équilat.

dodécaèdre / 12 / pentagones réguliers

icosaèdre / 20 / triangles équilat.

max +4

Exercice 7 (environ 9 points)

(/9)

On considère les conjectures ci-dessous. Sont-elles-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(f) Conjecture 1 : Soit x une variable réelle, alors $\sqrt{2}$ est solution de l'équation $\frac{1}{x}=\frac{\sqrt{2}}{x^2-1}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2-1} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{2-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{1} \quad \Big| \cdot \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 \overset{?}{=} \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 \overset{?}{=} 2$$

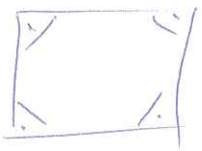
Faux

1+4

(g) Conjecture 2 : Si ABCD est un quadrilatère quelconque, alors la somme de ses angles est égale à 400°.

Faux

Contre-exemple : rectangle



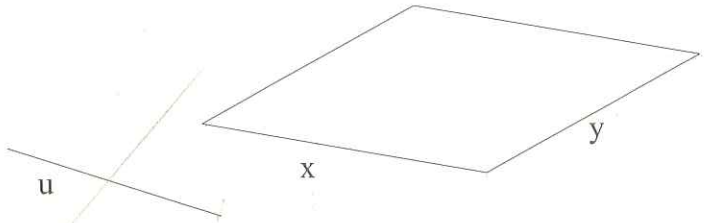
$4 \cdot 90° = 360°$!

1+3

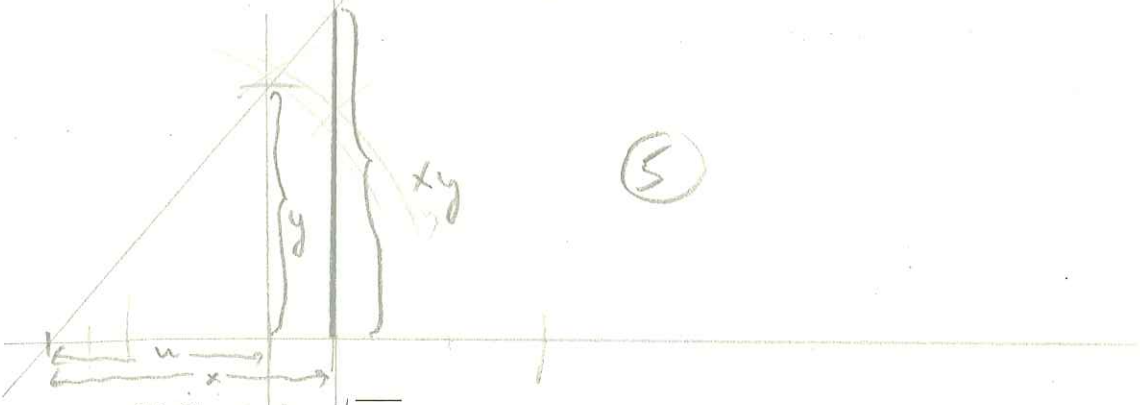
Exercice 8 (environ 15 points)

[/15]

Soit le parallélogramme ci-dessous :

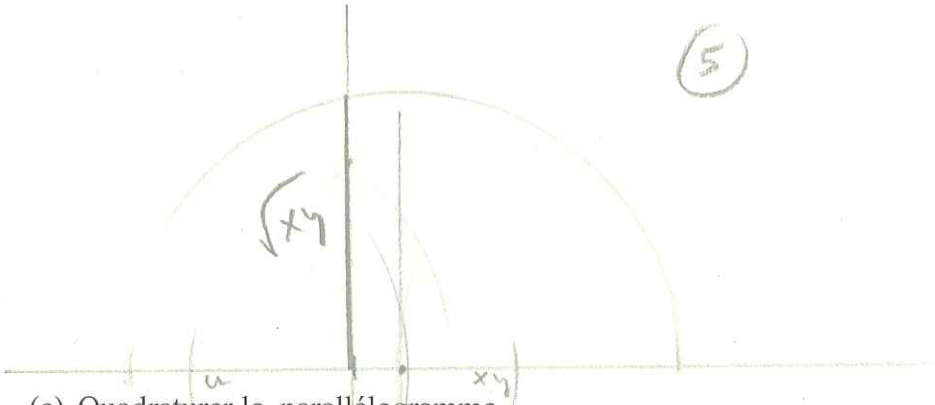


(a) Construire le segment de longueur $x\,y$



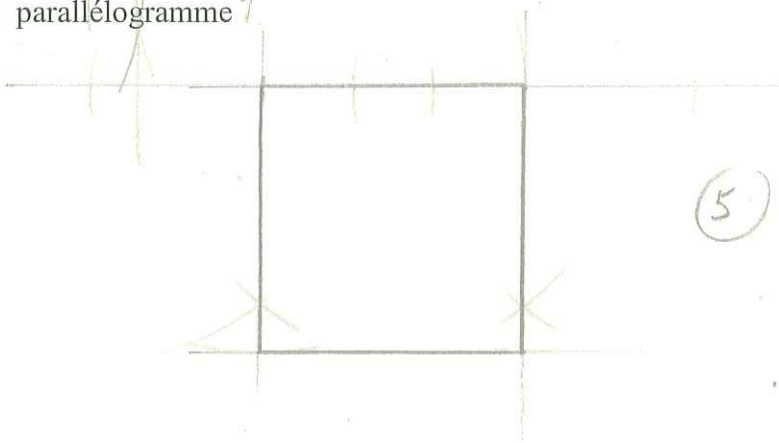
5

(b) Construire $\sqrt{xy}$



5

(c) Quadraturer le parallélogramme



5