Enseignant : Jean-Marie Delley

Durée : 90 minutes

Cours : 1Ma2DF5

Nom de l'élève : .....

Prénom de l'élève : .....

Matériel autorisé

- Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II)

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ ..... / 3

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ ..... / 3

Total des points des exercices : ..... / 97

Facultatifs : ..... / 6

Total des points de l'épreuve : ..... / 100

Barème

1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
	18	28	38	48	57	66	75	84	93

Note : / 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://icp.ge.ch/saussure-base/delley/generalites/evaluation/suivi-individualise-des-evalutations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:
  1. dans la colonne 1: recopie l'erreur
  2. dans la colonne 2 : explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)
  3. dans la colonne 3 : corrige l'erreur
- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail n'est pas modifiée
  - un élève dont la note initiale N est ≥4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur http://icp.ge.ch/saussure-base/delley

Note du corrigé: / 6

Crédit éventuel :

Note finale du travail: / 6

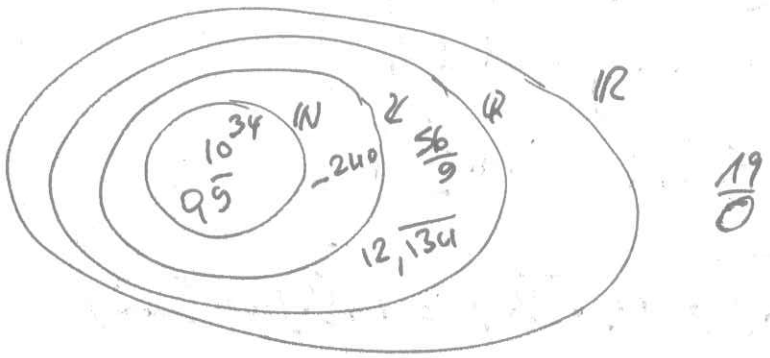
Début du travail

Exercice 1(environ 10 points)

Représenter dans un diagramme de Venn les nombres suivants :

$-240\,;\frac{56}{9}\,;10^{34}\,;12\,,\overline{134}\,;\frac{19}{0}\,;\sqrt{3}\,;0\,,\overline{9}$

(/10)



Exercice 2 *(environ 10 points)*

(/10)

Compléter par un symbole adéquat :

(a) $\mathbb{Z}$ $\subseteq$ $\mathbb{Q}$ (2)

(b) $\mathbb{N}$ $\in$ $\{1;2;3;4;...\} = 0$ (2)

(c) -33 $\notin$ $\mathbb{N}$ (2)

(d) $\{3;4;5;6;7\}$ $\cap$ $\{6;7;8;9\} = \{6;7\}$ (2)

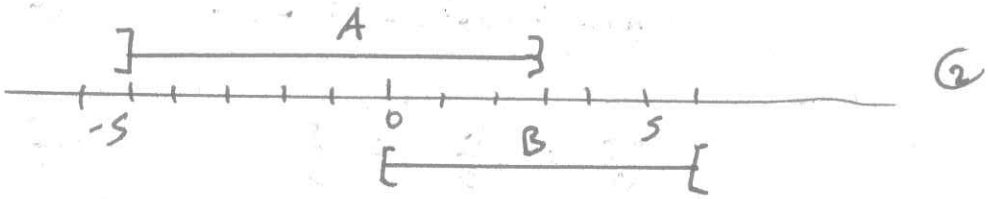
(e) $\{3;4;5;6;7\}$ $\setminus$ $\{5;6;7;8;9\} = \{3;4\}$ (2)

Exercice 3 *(environ 8 points)*

Soient A et B les deux ensembles suivants : A=]-5;3] et B= [0;5[

(/8)

(a) Représenter A et B sur une même droite réelle:



(2)

(b) Déterminer:

i. $A \cup B$ = $]-5;5[$ 2

ii. $A \cap B$ = $[0;3]$ 2

iii. $A \setminus B$ = $[-5;0[$ 2

Exercice 4 *(environ 6 points)*

Un maçon fabrique deux murs identiques en 14 heures. Combien faudrait-il de temps [en heures minutes secondes] pour que trois maçons fabriquent 5 murs ?

[6]

1 Maçon	2 Murs	14 h
3 Ma	6 Mu	14 h
3 Ma	5 Mu	$14 \cdot \frac{5}{6}$ h

$$\overset{7}{14} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_3} = \frac{35}{3}\,[h] = 11,\overline{6}\,[h] = 11\,[h]\,40\,[min]$$

Exercice 5 *(environ 15 points)*

[15]

(a) Simplifier le plus possible et de sorte qu'il n'y ait aucun exposant négatif dans la réponse (a et b sont des nombres réels non nuls) :

$$\frac{(b^5)^{-4}\cdot(a^{-1}\cdot b^3)^5}{(b^3\cdot b^{-4})^{-2}\cdot(b^7)^{-1}}\cdot a^5 = \frac{b^{-20}\cdot a^{-5}\cdot b^{15}\cdot a^5}{(b^{-1})^{-2}\,b^{-7}}$$

$$= \frac{b^{-5}\cdot a^0}{b^2 b^{-7}}$$

$$= \frac{b^{-5}\cdot 1}{b^{-5}}$$

$$= 1$$

(4)

(b) Simplifier l'écriture au maximum:

i. $\sqrt{72} = \sqrt{36\cdot 2} = \sqrt{36}\cdot\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$ (2)

ii. $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{32}{18}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ (2)

iii. $(\sqrt{8})^4 = \left[(\sqrt{8})^2\right]^2 = 8^2 = 64$ (2)

(c) Transformer pour obtenir une expression sans racine au « dénominateur » et l'écrire le plus simplement possible:

i. $\frac{-2}{\sqrt{5}} = \frac{-2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (2)

ii. $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1}$

$= -\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (3)

Exercice 6 *(environ 10 points)*

(a) Déterminer le nombre rationnel x tel que $x = \frac{256}{225}$. Il s'agit de donner les détails des calculs (donc pas une réponse obtenue directement par la calculatrice).

(/10)

256 | 225
310 | 1,1377...
225
850
675
1750
1570
175
⋮

Réponse : $\frac{256}{225} = 1,137$

(5)

(b) Déterminer la fraction irréductible $\frac{a}{b}$ telle que $\frac{a}{b} = 1,2\overline{23}$.

$x = 1,2\overline{23}$
$10x = 12,\overline{23}$
$1000x = 1223,\overline{23}$

donc: $1000x - 10x = 1223,\overline{23} - 12,\overline{23}$
$= 1211$

(5)

càd $990x = 1211$, donc $\frac{a}{b} = x = \frac{1211}{990}$

Exercice 7 (environ 10 points)

/10

Soit x une variable réelle.
On considère l'expression suivante : $x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$

(a) L'expression $x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse] (1)

(b) $x^2(x-1)(x+1)$ et $(x^2-1)(16-8x)$ sont les ....termes..... de l'expression [compléter] (1)

(c) L'expression $(x^2-1)(16-8x)$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse] (1)

(d) (x^2-1) et $(16-8x)$ sont les ....facteurs..... de l'expression $(x^2-1)(16-8x)$ [compléter] (1)

(e) Développer le plus possible et simplifier au maximum l'écriture :
$x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$

$= x^2(x^2-1)+(x^2-1)(16-8x)$

$= x^4-x^2+16x^2-16-8x^3+8x$

$= x^4-8x^3+15x^2+8x-16$ (3)

(f) Factoriser le plus possible :
$x^2(x^2-1)+(x^2-1)(16-8x) = (x^2-1)[x^2+16-8x]$

$=(x^2-1)(x^2-8x+16)$

$=(x-1)(x+1)(x-4)^2$ (3)

Exercice 8 *(environ 14 points)*

(a) Développer le plus possible et simplifier le résultat ($x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$) :

$x - (2 - x - (y - 3) + (x - y - (x + 2x - (y + 2) - 1) - x) + y) =$

$= x - (2 - x - y + 3 + (x - y - (3x - y - 2 - 1) - x) + y)$

$= x - (5 - x - y + (x - y - 3x + y + 3 - x) + y)$

$= x - (5 - x - y + (-3x + 3) + y)$

$= x - (8 - 4x)$

$= 5x - 8$ (4)

(b) Factoriser le plus possible (toutes les lettres représentent des nombres réels) :

i. $36x^2y^5b^2 - 16x^4y = 4x^2y(9y^4b^2 - 4x^2)$

$= 4x^2y(3y^2b - 2x)(3y^2b + 2x)$ (4)

ii. $x^2 - 7x + 10 = (x - 5)(x - 2)$ (2)

iii. $25x^2 + (5x - 2)(x - 1) - (5x - 2)^2 - 4 =$

$= 25x^2 - 4 + (5x - 2)(x - 1) - (5x - 2)^2$

$= (5x - 2)(5x + 2) + (5x - 2)(x - 1) - (5x - 2)^2$

$= (5x - 2)[(5x + 2) + (x - 1) - (5x - 2)]$

$= (5x - 2)[x + 3]$ (4)

Exercice 9 *(environ 14 points)*

[/14]

On donne ci-dessous un théorème et sa démonstration.
Pour chaque [.....], compléter par une expression adéquate;
pour chaque **car** [.....], donner un argument pour justifier ce qui est écrit.

Théorème : $\sqrt{2}$ ne peut pas s'écrire comme une fraction

Démonstration :

Supposons que $\sqrt{2}$ puisse s'écrire comme une fraction.
On peut supposer que cette fraction est irréductible.

Ecrivons donc $\sqrt{2}=\frac{a}{b}$, avec $a\in$[$\mathbb{N}$] et $b\in$[$\mathbb{N}^*$] . (2)

On a donc $2=(\frac{a}{[b]})^2$, **car** [on a élevé au carré] (3)

Donc $2b^2=a^2$

On en déduit que a^2 est un nombre [pair] (2)

Donc a est également un nombre pair.

On peut donc écrire que $a=2k$, avec k un nombre entier naturel.

On obtient donc maintenant : $2b^2=(2k)^2$ **car**[on a substitué a par 2k] (2)

C'est-à-dire : $2b^2=$[4]k^2 (1)

On en déduit que : $b^2=2k^2$, **car** [on a simplifié par 2] (2)

D'où : b^2 est un nombre pair

Et donc : b est également un nombre pair

On aurait donc que a et b sont tous deux pairs.

Cette conclusion est absurde, **car** [$\frac{a}{b}$ devrait être irréductible] (2)

On en déduit finalement qu'il n'est pas possible que $\sqrt{2}$ puisse s'écrire comme une fraction.

Exercice 10 - facultatif *(environ 6 points)*

(a) A quelle époque (au siècle près) a-t-on pris conscience que la longueur de l'hypothénuse d'un triangle rectangle de côtés 1 ne pouvait pas être représentée par une fraction ?

~ 550 av. JC

(b) Calculer directement à l'aide de la calculatrice :

i. $\dfrac{\frac{-54}{56}-\frac{50}{32}}{-18-\frac{12}{48}} = \dfrac{-\frac{283}{112}}{-\frac{73}{4}} = \dfrac{283}{2044}$

[donner le résultat sous forme simplifiée au maximum]

ii. ppcm{124;98}= 6076 $\boxed{2nd}$ $\boxed{MATH}$ $\boxed{1cm}$ $\boxed{124}$ $\boxed{,}$ $\boxed{98}$ $\boxed{enter}$

iii. division euclidienne de 934856 par 30464;

quotient = 30 $\boxed{934856}$ $\boxed{2nd}$ $\boxed{int\div}$ $\boxed{30464}$ $\boxed{enter}$

reste = 20936