

Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématique - Première année - Niveau avancé

<p>Date : Décembre 2009 Durée : 90 minutes Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 1Ma2DF2</p> <p>Nom de l'élève :</p> <p>Prénom de l'élève :</p>	<p>Informations chiffrées après correction du maître</p> <p>Notations (une coche par faute) :</p> <table border="1" data-bbox="810 526 1428 582"><tr><td>Fautes :</td><td>→ / 2</td></tr></table> <p>Français (une coche par faute) [bonus] :</p> <table border="1" data-bbox="810 638 1428 694"><tr><td>Fautes :</td><td>→ / 2</td></tr></table>	Fautes :	→ / 2	Fautes :	→ / 2
Fautes :	→ / 2				
Fautes :	→ / 2				
<p>Matériel autorisé</p> <ul style="list-style-type: none">○ Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II) <p>Remarques</p> <ul style="list-style-type: none">○ Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.○ Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!○ Indiquez vos initiales en haut de chaque page	<p>Total des points des exercices : / ..</p> <p>Total des points de l'épreuve : / ..</p> <p>Note : / 6</p>				
<p>Commentaires du maître sur le travail</p>	<p>Commentaires de l'élève sur son travail</p>				

Début du travail*Exercice 1 (environ 3 points)*

(a) Calculer et simplifier le plus possible $(-2 - 3\sqrt{2}) \cdot (-2 + 3\sqrt{2})$

(b) Simplifier le plus possible en écrire sans racines au dénominateur $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

*Indication: commencer par écrire chaque fraction sans racine au dénominateur**Exercice 2 (environ 7 points)**Exercice 3*

(a) Réduire et simplifier le plus possible $\frac{2x+1}{21} - \frac{5x-3}{15}$

(b) Factoriser le plus possible:

i. $36a^7 - 100a^3b^4$

iv. $a^2 - 2ab + b^2 + 3a - 3b$

ii. $2x^2 + 8x - 64$

v. $(x+2) \cdot (2x+5) + x^2 - 4$

iii. $(4x+3)^2 - (2+3x)^2$

Exercice 4 (environ 3 points)

(a) Développer et réduire $(x-1) \cdot (x^3 + x^2 + x + 1)$

(b) Factoriser au maximum $x^4 - 1$

(c) Utiliser les résultats précédents pour factoriser $x^3 + x^2 + x + 1$

*Exercice 5 (environ 4 points)*Soit les ensembles : $A = \{0;2;4;6\}$, $B = \{1;2;3;4\}$, $C = \{2,4\}$, $D = \{5;6;7;8;9\}$ et les intervalles $E =]-2;6]$, $F =]5;7[$ et $G = [2; \infty[$

(a) Donner les représentations graphiques des intervalles E, F et G.

(b) Compléter :

i. $A \setminus B = \dots\dots\dots$

v. $E \setminus F = \dots\dots\dots$

ii. $A \dots\dots\dots B = C$

vi. $E \cap G = \dots\dots\dots$

iii. $C \dots\dots\dots A$

vii. $F \dots\dots\dots G$

iv. $B \dots\dots\dots D = \dots\dots\dots$

viii. $-2 \dots\dots\dots E$

Exercice 6 (environ 3 points)

Traduire en langage mathématique:

- (a) L'ensemble des entiers strictement compris entre 12 et 16
- (b) L'ensemble des réels strictement compris entre 12 et 16
- (c) Le tiers du carré de la somme d'un nombre inconnu et de l'unité

Exercice 7 (environ 4 points)

Conjecture: Un multiple de 18 est un multiple de 6.

- (a) Ecrire cette conjecture sous la forme « si ... , alors ... »
- (b) Cette conjecture est-elle vraie ou fausse? Justifier.
- (c) Énoncer sa réciproque.
- (d) Cette réciproque est-elle vraie ou fausse? Justifier.

Exercice 8 (environ 7 points)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

- (a) Conjecture: $\frac{70^{30} \cdot 4^{-12}}{35^{15} \cdot 7^{13} \cdot 10^{-2} \cdot 50^8}$ est un multiple de 7
- (b) Conjecture: $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 \in \mathbb{N}$
- (c) Conjecture: si $n \in \mathbb{N}$, alors $2^{n+1} - 2^n = 2^n$
- (d) Conjecture: si a et b sont des nombres réels, alors $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$
- (e) Conjecture: si a et b sont des nombres réels, alors $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3$