Ma1A Semestrielle décembre 2014 Corrigé

ex 1 [/5]

a) $27x^2-75 = 3\cdot(9x^2-25)$
$= 3(3x-5)(3x+5)$ (2)

b) $5(2x+1)(x-1)+(5x-5)x = 5(2x+1)(x-1)+5(x-1)\cdot x$
$=5(x-1)\cdot[(2x+1)+x]$
$=5(x-1)(3x+1)$ (3)

ex 2 [/13] not's (2)

a) $\left(\frac{x+6}{3}\right)^2=0 \Leftrightarrow \frac{x+6}{3}=0 \quad \Big\downarrow \cdot 3$
$\Leftrightarrow x+6=0 \quad \Big\downarrow -6$
$\Leftrightarrow x=-6 \qquad S=\{-6\}$ (2)

b) $(x-3)^2+6x=x^2+9 \Leftrightarrow x^2\cancel{-6x}+9\cancel{+6x}=x^2+9$
$\Leftrightarrow x^2+9=x^2+9 \quad \Big\downarrow \begin{matrix}-x^2\\-9\end{matrix}$
$\Leftrightarrow 0=0$ (2)
$S=\mathbb{R}$

c) $7x^2+16=3(x^2+4) \Leftrightarrow 7x^2+16=3x^2+12 \quad \Big\downarrow \begin{matrix}-16\\-3x^2\end{matrix}$
$\Leftrightarrow 4x^2=-4 \quad \Big\downarrow \div 4$
$\Leftrightarrow x^2=-1 \qquad S=\emptyset$ (2)

d) $\frac{3}{7}(3x-8)(x+5)(x^2+16)=0$
$\Leftrightarrow 3x-8=0$ ou $x+5=0$ ou $x^2+16=0$ (3)
$\Leftrightarrow 3x=8 \ \Big\downarrow +8 \qquad \Leftrightarrow x=5 \ \Big\downarrow -5 \qquad \Leftrightarrow x^2=-16 \ \Big\downarrow -16$
$\Leftrightarrow x=\frac{8}{3} \ \Big\downarrow \div 3 \qquad\qquad \emptyset$

$S=\left\{-5;\frac{8}{3}\right\}$

e) $5-\frac{\cancel{2}}{3}\left(\frac{x+2}{\cancel{4}_2}\right)=\frac{10}{3}x$
$\Leftrightarrow 5-\frac{x+2}{6}=\frac{10x}{3} \Leftrightarrow \frac{30-(x+2)}{6}=\frac{20x}{6} \quad \Big\downarrow \cdot 6$ (2)
$\Leftrightarrow 30-x-2=20x \quad \Big\downarrow +x$
$\Leftrightarrow 28=21x \quad \Big\downarrow \div 21$
$S=\left\{\frac{4}{3}\right\} \qquad \Leftrightarrow x=\frac{28}{21}=\frac{4}{3}$

[/8] **ex 3** a) $(5x+2)^2-9 = 25x^2+20x+4-9$ (2)

$= 25x^2+20-5$

b) $(5x+2)^2-9 = [(5x+2)-3][(5x+2)+3]$ (3)

$= (5x-3)(5x+5)$

$= (5x-3)\cdot 5(x+1)$

c) $(5x+2)^2=9 \Leftrightarrow (5x+2)^2-9=0$ [-9]

$\Leftrightarrow (5x-3)\cdot 5(x+1)=0$ [cf b)]

$\Leftrightarrow 5x-3=0 \;\; \downarrow +3$ ou $x+1=0 \;\; \downarrow -1$ (3)

$\Leftrightarrow 5x=3 \;\; \downarrow \div 5$ $\quad x=-1$

$\Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$

$S=\{-1;\frac{3}{5}\}$

[/9] **ex4** a) démonstration

$(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)$ [somme de trois impairs consécutifs par hyp, déf "impair" et déf "consécutifs"]

(3)

$= 6n+9$ [réduite]

$= 3(\underbrace{2n+3}_{\text{entier}})$ [mise en évidence]

est un multiple de 3 [déf. "multiple de 3"]

(1) b) Si on considère un nombre qui un multiple de 3, alors il est somme de 3 naturels impairs consécutifs

c) Fausse : contre-exemple

(2) $n=3$ ne peut s'écrire comme somme de naturels que comme : $3=1+1+1$ ou $3=2+1+0$ ou $3=0+0+3$ aucune de ces sommes n'est constituée d'impairs consécutifs

(1) d) Si on considère un nbre qui n'est pas multiple de 3, alors il n'est pas somme de 3 naturels impairs consécutifs

(2) e) Vraie ; la contraposée d'une implication vraie est toujours vraie

ex 5

a) $2-[4+3(12-5)-(10-5+4-3\cdot3)+9-8\cdot3]$

$= 2-[4+3\cdot7-(0)+9-24]$

$= 2-[4+21+9-24]$

$= 2-[10]$

$= -8$

4

b) $\left(\dfrac{32\cdot10^{-40}\cdot(50\cdot10^{19})}{(2\cdot10^{20})^4}\right)^3 = \left(\dfrac{2^5\cdot10^{-40}\cdot5\cdot10\cdot10^{19}}{2^4\cdot10^{80}}\right)^3$

$= \left(\dfrac{\cancel{2^5}^{\,2}\cdot5\cdot10^{-40+1+19}}{\cancel{2^4}\cdot10^{80}}\right)^3 = \left(\dfrac{2\cdot5\cdot10^{-20}}{10^{80}}\right)^3$

$= \left(\dfrac{10\cdot10^{-20}}{10^{80}}\right)^3 = (10^{-99})^3 = 10^{-297} = \dfrac{1}{10^{297}}$

5

c) $\left(\dfrac{\sqrt{8}-3\sqrt{24}}{4}\right)\sqrt{6} = \left(\dfrac{\sqrt{4\cdot2}-3\sqrt{4\cdot6}}{4}\right)\sqrt{6}$

$= \left(\dfrac{2\sqrt{2}-3\cdot2\sqrt{6}}{4}\right)\sqrt{6}$

$= \dfrac{2\sqrt{2}\sqrt{6}-3\cdot2\sqrt{6}\sqrt{6}}{4}$

$= \dfrac{2\sqrt{2\cdot6}-6\cdot6}{4}$

$= \dfrac{2\sqrt{12}-36}{4}$

$= \dfrac{2\sqrt{4\cdot3}-36}{4}$

$= \dfrac{2\cdot2\sqrt{3}-36}{4}$

$= \dfrac{4\sqrt{3}-36}{4}$

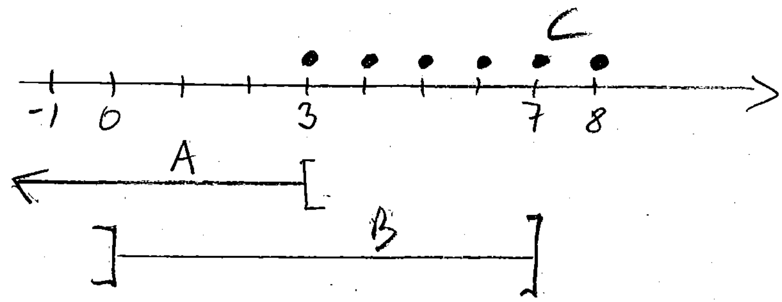
$= \dfrac{\cancel{4}(\sqrt{3}-9)}{\cancel{4}}$

$= \sqrt{3}-9$

5

ex 6 [/9]

a)



3

b) $A =]-\infty ; 3[$

c) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 7\}$

d) $A \cup B =]-\infty ; 7]$

6

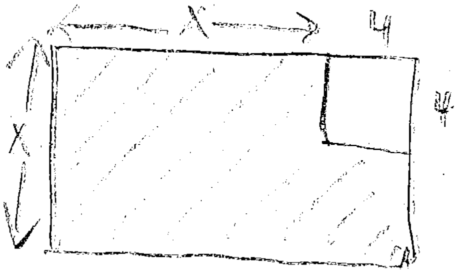
e) $A \cap B =]0 ; 3[$

f) $A \cap C = \emptyset$

g) $B \setminus A = [3 ; 7]$

ex 7 /7

$\underbrace{x(x+4)}_{\text{aire rectangle}} - \underbrace{4^2}_{\text{aire carré}} = 61$ 3



$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 16 = 61 \quad) -61$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 77 = 0$

$\Leftrightarrow (x-7)(x+11) = 0$ 3

$\Leftrightarrow x - 7 = 0 \quad) +7$ ou $x + 11 = 0 \quad) -11$

$\Leftrightarrow x = 7$ $\quad \Leftrightarrow x = -11$

impossible car < 0

x doit valoir 7 cm 1