Travail intermédiaire de mathématiques n°2

<table>
<tr>
<td>
Date : 4 décembre 2014
Durée : 90 minutes
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 1Ma2DF03
Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....
</td>
<td rowspan="2">
Informations chiffrées après correction du maître
Notations (une coche par faute) :
Fautes : → .... / 2
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : → .... / 2

Total des points des exercices : .... / ....

Total des points de l'épreuve : .... / ....

Note : / 6
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Matériel autorisé
o Calculatrice personnelle ou autre non graphique et non programmable
Remarques
o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
o Indiquez vos initiales en haut de chaque page
</td>
</tr>
</table>

Total des points niveau « normal » : environ 4+5+9+5+13+11+9=56 points
*Total des points * : environ 15+6 = 21 points*
Total des points notation : environ 2 points
Total des points français (facultatif) : environ 1 point

/4)

Exercice 1 (environ 4 points)

Calculer en donnant tous les détails et en donnant un résultat sous forme de fraction simplifiée au maximum

$$\frac{\frac{-7}{2}-\frac{17}{6}}{-\frac{3}{4}-\frac{2}{10}} = \frac{\frac{-21-17}{6}}{\frac{-15-4}{20}} = \frac{-\frac{38}{6}}{\frac{-19}{20}} = \frac{\cancel{38}^{2}}{\cancel{6}_{3}} \cdot \frac{\cancel{20}^{10}}{\cancel{19}} = \frac{20}{3}$$

4

/15)

Exercice 2 (environ 15 points)

Choisir et résoudre **3 des 5 exercices** ci-dessous

(a) * Lors du tournage d'un film, le réalisateur dispose de 1350 figurants habillés en noir et de 360 figurants habillés en rouge. Il doit former des équipes constituées de figurants vêtus de rouge et de figurants vêtus de noir de la manière suivante: dans chaque groupe, il doit y avoir le même nombre de figurants habillés en rouge; dans chaque groupe, il doit y avoir le même nombre de figurants habillés en noir; le nombre d'équipes doit être maximal.

Quelle sera la composition d'une équipe et combien y aura-t-il d'équipes?

$$\left.\begin{array}{l} 1350 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \\ 360 = 2^3 3^2 \cdot 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{pgcd} = 2 \cdot 3^2 5 = 90$$

Il peut constituer 90 équipes dans lesquelles il y aura $\frac{1350}{90} = 15$ noirs et $\frac{360}{90} = 4$ noirs

5

(b) * Les deux offres publicitaires ci-dessous sont équivalentes :

A : BOUM SUR LES PRIX : 10% de réduction

B : OFFRE SPECIALE : 15% de produit en plus

Vrai ou faux ? Justifier.

Soit un produit à 100.-

Offre A : 90.- pour 100% de produit

Offre B : 100.- pour 115% de produit

$$\frac{100}{115} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{100 \cdot 100}{115} \cong 86,96.-$$

donc l'offre B est équivalente à 86,95.- pour 100% de produit

5

Conclusion : l'offre A est plus avantageuse, c'est faux !

(c) * Déterminer la fraction irréductible $\frac{a}{b}$ telle que $\frac{a}{b}=75,0\overline{3}$.

$$x = 75,0\overline{3} \Rightarrow 10x = 750,\overline{3}$$

$$100x = 7503,\overline{3}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{rr} 100x & 7503,\overline{3} \\ - \; 10x & - \; 750,\overline{3} \\ \hline 90x = & 6753 \end{array}$$

$$x = \frac{6753}{90} = \frac{2251}{30}$$

5

(d) * Un maçon fabrique deux murs identiques en 14 heures. Combien faudrait-il de temps [en heures minutes ~~secondes~~] pour que trois maçons fabriquent 5 murs ?

proportion $\cdot 3$

1 Maçon	2 Murs	14 h
3 M	6 M	14 h
3 M	5 M	$11,\overline{6}$

$\cdot \frac{5}{6}$ proportion $\cdot 5/6$

$11,\overline{6}\,[h] = 11\frac{2}{3}[h] = 11 + \frac{2}{3}\,h = 11\,h\,40$

5

(e) * Déterminer le nombre rationnel x tel que $x = \frac{256}{225}$ Il s'agit de donner les détails des calculs (donc pas une réponse obtenue directement par la calculatrice).

$$\begin{array}{r|l} 256 & 225 \\ -225 & 1,13\overline{7} \\ 310 & \\ -225 & \\ 850 & \\ -675 & \\ 1750 & \\ -1575 & \\ 1750 & \end{array}$$

donc $\frac{256}{225} = 1,13\overline{7}$

5

|5|

Exercice 3 (environ 5 points)

Simplifier le plus possible et de sorte qu'il n'y ait aucun exposant négatif dans la réponse (a et b sont des nombres réels non nuls) .

$$b^4 a^{-3} \frac{(b^2)^{-1} \cdot (a^{-3} \cdot (ab)^2)^3}{(b^2 \cdot b^{-1})^{-2} \cdot (ab^7)^{-1}} = \frac{b^4 a^{-3} b^{-2} (a^{-3} a^2 b^2)^3}{b^{-4} b^2 a^{-1} b^{-7}} = \frac{b^2 a^{-3} (a^{-1} b^2)^3}{b^{-9} a^{-1}}$$

$$= \frac{b^2 a^{-3} a^{-3} b^6}{b^{-9} a^{-1}} = \frac{b^8 a^{-6}}{a^{-1} b^{-9}} = \frac{b^{17}}{a^5}$$

5

|9|

Exercice 4 (environ 9 points)

(a) Simplifier au maximum:

$$\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{32}{18}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

2

(b) Transformer pour obtenir une expression sans racine au « dénominateur » et écrire le plus simplement possible:

$$-\frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{-5}{\sqrt{25 \cdot 2}} = \frac{-\cancel{5}}{\cancel{5}\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

3

(c) Transformer pour obtenir une expression sans racine au « dénominateur » et écrire le plus simplement possible:

$$\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} \frac{(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{3^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{9-3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\cdot 3 - \sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{3}-3}{6} = \frac{\cancel{3}(\sqrt{3}-1)}{\cancel{6}\,2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

4

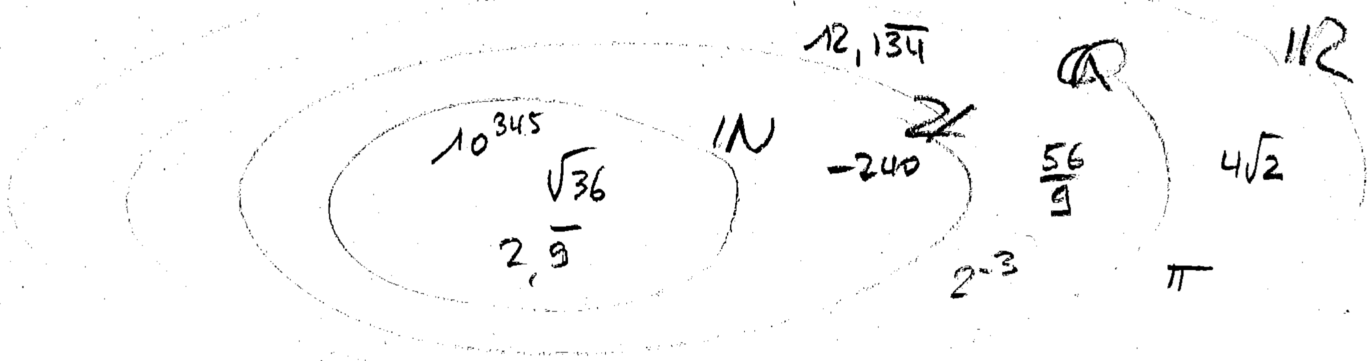
Exercice 5 (environ 5 points)

/5

Représenter dans un diagramme de Venn les nombres suivants :

$4\sqrt{2}\,;-240\,;\dfrac{56}{9}\,;\pi\,;10^{345}\,;2^{-3}\,;12,\overline{134}\,;\dfrac{19}{0}\,;\sqrt{36}\,;2,\overline{9}$

$\frac{19}{0}$



5

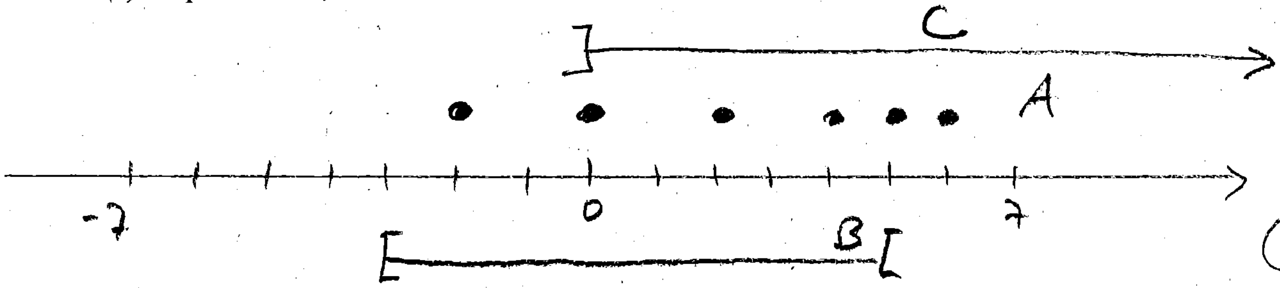
Exercice 6 (environ 13 points)

/13

Soient A et B les deux ensembles suivants :

$$A=\{-2\,;0\,;2\,;4\,;5\,;6\},\; B=\{x\in\mathbb{R}\,|\,-3\le x<5\}\text{ et } C=]0\,;+\infty[$$

(a) Représenter A, B et C sur une même droite réelle:



3

(b) Ecrire B sous forme d'intervalle et C sous la forme $\{x........|........\}$

$B = [-3;5[$ $\quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

2

(c) Déterminer:

i. $B\cup C = [-3;+\infty[$

ii. $B\cap C =]0;5[$

iii. $B\setminus C = [-3;0]$

iv. $A\setminus C = \{-2;0\}$

8

Exercice 7 (environ 11 points)

/11

Soit x une variable réelle.
On considère l'expression suivante : $x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$

(a) L'expression $x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse]

(b) $x^2(x-1)(x+1)$ et $(x-1)^2x^3$ sont les ...termes... de l'expression [compléter]

(c) L'expression $(x-1)^2x^3$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse]

(d) $(x-1)^2$ et x^3 sont les ...facteurs... de l'expression $(x-1)^2x^3$ [compléter] (4)

(e) Développer le plus possible et simplifier au maximum l'écriture :
$x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$

$= x^2(x^2-1)+(x^2-2x+1)x^3$

$= x^4-x^2+x^5-2x^4+x^3$

$= x^5-x^4+x^3-x^2$ (3)

(f) Factoriser le plus possible :
$x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$

$= x^2(x-1)[(x+1)+x(x-1)]$ (2)

$= x^2(x-1)[x+1+x^2-x]$

$= x^2(x-1)(x^2+1)$ (2)

/9

Exercice 8 (environ 9 points)

Factoriser le plus possible :

(a) $9t^2+1-6t$ $= 9t^2-6t+1$

$= (3t-1)^2$ (2)

(b) $8x^2y^5b^2-18x^4y$ $= 2x^2y\left[4y^4b^2-9x^2\right]$ (3)

$= 2x^2y\left[2y^2b-3x\right]\left[2y^2b+3x\right]$ (2)

(c) $x^2+10x+9$ $= (x+9)(x+1)$ (2)

/6

Exercice 9 (environ 6 points)

* Factoriser le plus possible :

$25x^2-4-(2-5x)(x-1)-(5x-2)^2$

$= (25x^2-4)+(5x-2)(x-1)-(5x-2)^2$

$= (5x-2)(5x+2)+(5x-2)(x-1)-(5x-2)^2$

$= (5x-2)\left[(5x+2)+(x-1)-(5x-2)\right]$

$= (5x-2)\left[x+3\right]$