Trigo' n° 3 1A 2014-15 Corrigé

Mathématiques 1A Initiales de l'élève :..................

ex 1

/14

Soit x une variable réelle. Résoudre les équations suivantes par la méthode de votre choix, en donnant les réponses sous forme exacte simplifiée au maximum et sous forme approchée arrondie au centième :

(a) $18=x^2 \Leftrightarrow$ $x = \pm\sqrt{18} = \pm\sqrt{9\cdot 2} = \pm 3\sqrt{2}$

$S=\{-3\sqrt{2};3\sqrt{2}\} \cong \{-4{,}24;4{,}24\}$

3

(b) $-11x^2=2\cdot(-3x^2) \Leftrightarrow$ $-11x^2=-6x^2$

$\Leftrightarrow -5x^2=0$

$\Leftrightarrow x^2=0$

$\Leftrightarrow x=0$

$S=\{0\}$

3

(c) $-2x^2+6x=4 \Leftrightarrow$ $-2(x^2-3x+2)=0$

$\Leftrightarrow -2(x-2)(x-1)=0$

$x=+2$ ou $x=1$

$S=\{+1;+2\}$

3

(d) $x^2+\sqrt{2}x=0 \Leftrightarrow$ $x(x+\sqrt{2})=0$

$\Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\sqrt{2}$

$S=\{-\sqrt{2};0\} \cong \{-1{,}41;0\}$

3

(e) $x^2+4x+9=0 \Leftrightarrow$

$\Delta = 4^2-4\cdot1\cdot9<0$

$S=\emptyset$

2

Exercice 2 (environ 6 points)

/6

* Résoudre l'équation suivante en donnant toutes les étapes de la complétion du carré. Donner les réponses sous forme exacte simplifiée au maximum et sous forme approchée arrondie au centième :

$x^2+8x+9=0 \Leftrightarrow (x^2+8x+16)-16+9=0$

$\Leftrightarrow (x+4)^2-16+9=0$

$\Leftrightarrow (x+4)^2-7=0$

$\Leftrightarrow (x+4)^2=7$

$\Leftrightarrow (x+4)=\pm\sqrt{7}$

$\Leftrightarrow x=-4\pm\sqrt{7}$

$S=\{-4-\sqrt{7}\,;-4+\sqrt{7}\}$ 6

$\simeq\{-6{,}65\,;-1{,}35\}$

Exercice 3 (environ 5 points)

/5

Factoriser l'expression suivante le plus possible :

$30x^2-25x-5$

$\Delta=(-25)^2-4\cdot30(-5)=625+600=1225$

$x_{1,2}=\frac{25\pm\sqrt{1225}}{60}=\frac{25\pm35}{60}$ $\rightarrow x_1=\frac{60}{60}=1$

$\rightarrow x_2=\frac{-10}{60}=-\frac{1}{6}$

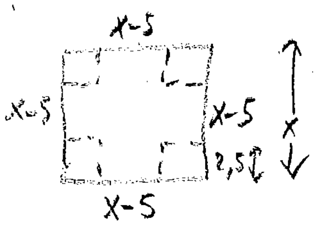
$30x^2-25x-5=30(x-1)(x+\frac{1}{6})$

$=30(x-1)(\frac{6x+1}{6})=5(x-1)(6x+1)$

Exercice 4 (environ 10 points)

* On veut construire une boîte (ouverte sur le haut) de base carrée à partir d'une feuille de carton en coupant 4 carrés de 2,5 dm de côté à chaque coin et en pliant les côtés. Quelles seront les dimensions de la feuille de carton utilisée si on veut que la boîte mesure

$40\,dm^3$



$(x-5)^2 \cdot 2,5 = 40$ (4)

$\Leftrightarrow (x^2 - 10x + 25)\cdot 2,5 - 40 = 0$

$\Leftrightarrow 2,5x^2 - 25x + 62,5 - 40 = 0$

$\Leftrightarrow 2,5x^2 - 25x + 22,5 = 0$ $)\cdot 2$ pour simplifier

$\Leftrightarrow 5x^2 - 50x + 45 = 0$

$\Delta = (-50)^2 - 4\cdot 5\cdot(45) = 1600$

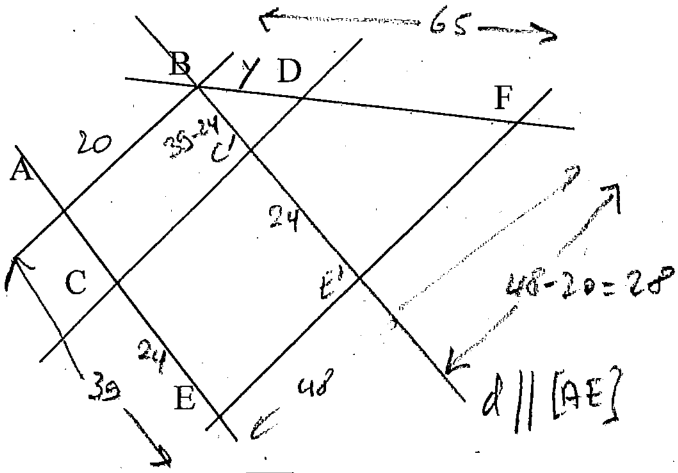
$x_{1,2} = \frac{+50 \pm \sqrt{1600}}{10} = \frac{50 \pm 40}{10}$ → $x_1 = 9$, → $x_2 = 1$ (4)

$x_2 - 5 = -1,5$: La solution $x = 1$ dm est impossible car on doit découper 2 fois 2,5 dm !

$x_1 - 5 = 4$: La feuille mesure donc 4 dm par 4 dm (2)

Exercice 5 (environ 8 points)

On considère la situation suivante :



On suppose que:

- [AB] | | [CD]
- [AB] | | [EF]
- $\overline{AB} = 20$, $\overline{AE} = 39$, $\overline{BF} = 65$, $\overline{CE} = 24$, $\overline{EF} = 48$

Trouver $\overline{CD}$ et $\overline{BD}$ en donnant toutes les réponses sous forme de fraction irréductible et sous forme approchée arrondie au centième.

(on ne demande pas de justification autre que les calculs détaillés)

$\Delta BDC' \sim \Delta BFE'$

$\Rightarrow$ Thm Thalès : $\frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BE'}}{\overline{BC'}} = \frac{\overline{FE'}}{\overline{DC'}}$ (4)

$\Leftrightarrow \frac{65}{y} = \frac{39}{39-24} = \frac{48-20}{\overline{DC'}}$

$y = \frac{\cancel{65}^{5} \cdot \cancel{15}^{5}}{\cancel{39}_{13}} = \boxed{25 = BD}$ (2)

$\overline{DC'} = \frac{\cancel{15}^{5} \cdot 28}{\cancel{39}_{13}} = \frac{140}{13} \cong 10,77$

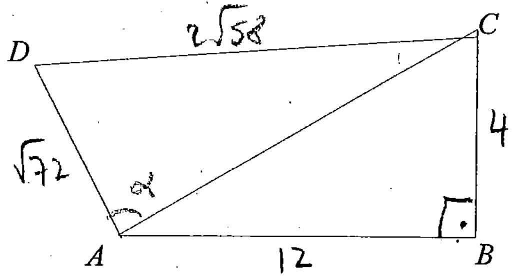
$\overline{CD} = \overline{CC'} + \overline{C'D} = 20 + \frac{140}{13} = \frac{400}{13} \cong 30,77$ (2)

/18

Exercice 6 (environ 8 points)

On suppose que <ABC=90°, $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=4$, $\overline{AD}=\sqrt{72}$ et $\overline{DC}=2\sqrt{58}$.

Déterminer <DAC en justifiant précisément toutes les étapes.



- ΔABC rectangle, car [<ABC = 90° par hypothèse]
  donc $\overline{AC} = \sqrt{12^2+4^2}$ [par thm Pythagore]
  $= \sqrt{160}$
- $(2\sqrt{58})^2 \overset{?}{=} (\sqrt{72})^2 + (\sqrt{160})^2 \Leftrightarrow 4 \cdot 58 \overset{?}{=} 72 + 160$
  $\Leftrightarrow 232 \overset{?}{=} 232$ ok

Calculs : (4)
Justif : (4)

donc $\alpha = 90°$ [par réciproque thm Pythagore]

Exercice 7 (environ 7 points)

(a) Expliquer pourquoi les égyptiens ont eu besoin de mesurer chaque année des surfaces ? Les crues du Nil inondaient les terres fertiles ; il fallait les re-mesurer chaque année ... (2)

(b) Quand Thalès est-il né (à 75 ans prés) (1)

~ -640 (AVJC)

(c) Quelle est le nom de la région berceau de nombreux éléments de notre civilisation qui contient l'Irak actuel ?

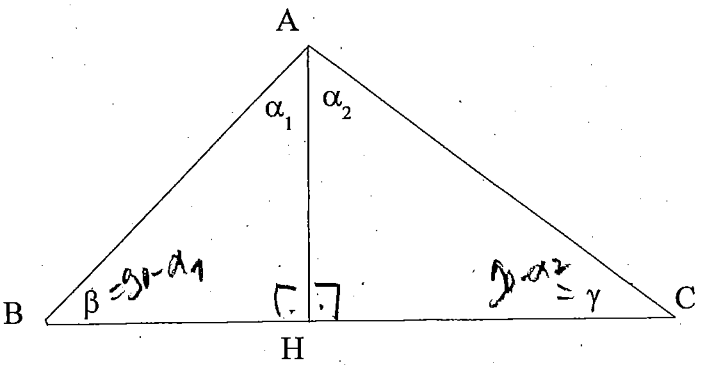
La Mésopotamie (1)

(d) Qu'est-ce que le disciple de Pythagore Hypase a-t-il découvert qui – selon la légende – l'a conduit à sa perte ? Pourquoi l'a-t-on fait taire ?

Que la longueur de la diagonale du carré de longueur 1, qui existe dans la "nature", n'est pas un nombre rationnel. Cela remettait en question le dogme du leader de la secte des pythagoriciens ! (3)

Exercice 8 (environ 18 points)

On considère le triangle suivant, rectangle en A, avec d_{AH} perpendiculaire à $[BC]$:



et voici le théorème d'Euclide :

Si $\underbrace{\Delta ABC \text{ est rectangle en A et si } d_{AH} \text{ est perpendiculaire à } [BC]}_{HYP}$, alors $\underbrace{\overline{BA}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}}_{CONC}$

(a) Identifier clairement hypothèse(s) et conclusion(s) dans l'énoncé ci-dessus.

(2)

(b) A quelle période vivait Euclide, dans quelle région et pourquoi est-il célèbre ?

Env -300, en Grèce (Antique), dans le bassin méditerranéen.
Il a écrit "les Eléments", somme des connaissances mathématiques de son temps (8)

(c) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème. Pour chaque [...........], compléter, et donner pour chaque car [.....] le(s) argument(s) manquant(s) :

Démonstration::

- <CAB=90°, car [...ΔABC rectangle en A par hypothèse + définition de Δ rectangle.........] 2

  $\alpha_2 = 90 - [.\alpha_1..]$, car [...déf "complémentaires"...................] 1

- <BHA = <AHC = 90°, car [...$d_{AH} \perp$ [BC] par hypothèse.........] 1

- $\beta = 180 - 90 - \alpha_1$, car [.....thm "$\Sigma\alpha\Delta = 180$"...............] 1

  $= 90 - \alpha_1$

- Comparons $\Delta\, BHA$ et [.ΔABC..] : 1

  <BHA = <CAB =90°
  <ABH = $90 - \alpha_1 = \alpha_2$ = <CAH
  ces deux triangles ont deux angles en commun, donc le troisième également ,
  car [.....thm "$\Sigma\alpha\Delta = 180$"..........] 1
  ces deux triangles sont donc [...semblables.....]. 1

- [BA] correspond à [.......[BC]..............] 1
  [BH] correspond à [......[AB]..............] 1
  [HA] correspond à [......[AC]..............] 1
- donc : $\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$, car [......thm Thalès...............] 1

  d'où $\overline{BA}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$, car [...on a multiplié par $\overline{BC}$ et $\overline{BA}$...] 1