

1 No 1 Comptes Rendus n° 90'

total point	170	186
ex *	144	
not	12	
to	12 (fac)	
free	10 max	

ex 1

[10]

- (a) 9873 est un entier naturel.....
- (b) -9, 1348 et -9454561 sont des entiers relatifs.....
- (c) l'opposé..... de -234 est 234
- (d) 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 sont des chiffres..... alors que 12, -4, 123, 8, 22 sont des nombre.....
- (e) La somme..... de deux entiers est le résultat de leur addition.
- (f) Le produit de deux entiers est le résultat de leur multiplication.....
- (g) Une constante..... est une lettre ou un symbole qui représente n'importe quel nombre qui ne varie pas durant le calcul, alors qu'une variable..... peut varier.
- (h) Un contre-exemple..... établit la fausseté d'une conjecture à partir d'axiomes posés, de definitions... connues et de théorèmes déjà démontrés.

ex 2

[4]

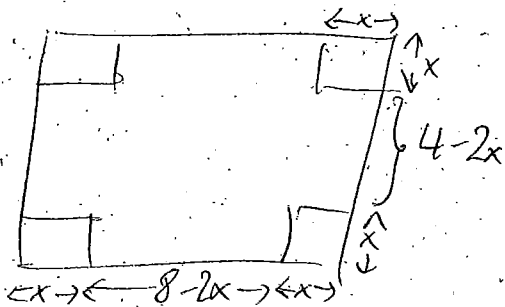
- a) $-6-38 = -44$ (A)
- b) $-6-3 \cdot 8 = -6-24 = -30$ (B)
- c) $-a-3a = -4a$ (D)
- d) $2^{2^3} = 2^{(2^3)} = 2^8 = 256$ (E)
- e) $\dots \approx -3,99552 \approx -4$ (E)

[3]*

f)* $1+2+3+\dots+1000 = \frac{1000 \cdot 1001}{2} = 500 \cdot 1001 = 500500$
 (car $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$) (E)

ex 3

[4]



$V = (4-2x)(8-2x) \cdot x$
 (4) $(= \dots = 4x^3 - 24x^2 + 32x)$

ex 4

[16]

a) $100 \cdot 1000 \cdot 10^9 \cdot 1000 \cdot 10^6 = 10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^9 \cdot 10^3 \cdot 10^6 = 10^{23}$ (E)

$$\begin{aligned}
 b) & -(-5x - 4y - (x - y)) - 5y - (3x - (2y - 3x) + (-x + y) - 2y) + 3x \\
 & = -(-5x - 4y - x + y) - 5y - (3x - 2y + 3x - x + y - 2y) + 3x \\
 & = -(-6x - 3y - 5y - (-5x - 3y)) + 3x \\
 & = 6x + 3y - 5y - 5x + 3y + 3x \\
 & = 4x + y \quad \textcircled{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c) \quad 32^{1000} &= (2^5)^{1000} = 2^{5 \cdot 1000} = 2^{5000} \\
 64^{500} &= (2^6)^{500} = 2^{6 \cdot 500} = 2^{3000} \quad \text{donc } 32^{1000} > 64^{500} \quad \textcircled{4}
 \end{aligned}$$

- ex 5
- [1/11] a) (i) Soit x et y les 2 nombres : $4x^3y^3 \quad \textcircled{3}$
- (ii) Soit $2n$ et $2n+2$ 2 pairs consécutifs : $2[(2n+2) - 2n]$
 $= 2[2n+2 - 2n] = 4 \quad \textcircled{3}$
- (iii) Soit n un entier : $1002n + 123 \quad \textcircled{2}$
- b) La différence des carrés de deux nombres est égale au produit de leur somme et de leur différence $\textcircled{3}$

ex 6

[1/16] a) 1 Si n et $n+1$ sont deux entiers consécutifs, alors le carré de leur somme est impair $\textcircled{2}$

via : dém : $\underbrace{[n + (n+1)]^2}_{\text{carré de leur somme}} = (2n+1)^2 \quad [\text{réduire}]$
 $= 4n^2 + 4n + 1 \quad [\text{idem}]$
 $= 2 \underbrace{(2n^2 + 2n)}_{\text{entier}} + 1 \quad [\text{mise en évidence partielle}]$
est impair $[\text{def de "impair"}]$
 $\textcircled{2} \quad \textcircled{2}$

b) Conj: Si n est entier alors $n^2 + n + 101$ est premier $\textcircled{1}$
naturel

Faux Contre-exemple $n = 101 \Rightarrow n^2 + n + 101$
 $= 101^2 + 101 + 101$
 $= 101 [101 + 1 + 1]$
 $= 101 \cdot 103 \quad \textcircled{3}$
 n est pas premier

c) Conj: Si n et m sont pairs, alors $n \cdot m$ est pair $\textcircled{2}$

Vrai Dém m, n pair, [par hypothèse]

$\Rightarrow m = 2k$ [def de "pair"]

et $n = 2l$

$\Rightarrow m \cdot n = 2k \cdot 2l$ [def de "produit"]

$= 4kl$ [calcul]

$= 2 \underbrace{[2kl]}$ [mise en évidence]

entier
pair $\textcircled{2}$

[def de "pair"]

$\textcircled{2}$

ex 7

$5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$

$10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36 = 6^2$

$15^2 - 12^2 = 225 - 144 = 81 = 9^2$

$20^2 - 16^2 = 400 - 256 = 144 = 12^2$

Conj: Soit n entier naturel, alors $(5n)^2 - (4n)^2 = (3n)^2 \quad \textcircled{3}$

(ou la différence des carrés d'un multiple de 5 et du multiple de 4 inférieur le plus proche est égale au multiple de 3 inférieur le plus proche!)

dém $(5n)^2 - (4n)^2 = 25n^2 - 16n^2$ [calcul des puissances]

$= 9n^2$ [réduction]

$= (3n)^2$ [écriture en puissance]

$\textcircled{2}$

$\textcircled{2}$

ex 8 I. Si un animal est noir, alors un animal est un corbeau [F] (2)

HYP (1) CONCL (1)

Réciproque Si un animal est un corbeau, alors il est noir [V] (2)

Controverse Si un animal n'est pas un corbeau, alors il n'est pas noir [F] (2)

ex 9

1	3	3 ²	3 ³	...
				3 ²⁴

total: $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{24} = S$ (3)

idée $(2-1) \cdot (1 + 3 + \dots + 3^{24})$

$$= 2 - 1 + 2^2 - 2 + 2^3 - 2^2 + \dots + 2^{25} - 2^{24}$$

$$= 2^{25} - 1$$

car: $2 \cdot S = 2^{25} - 1$

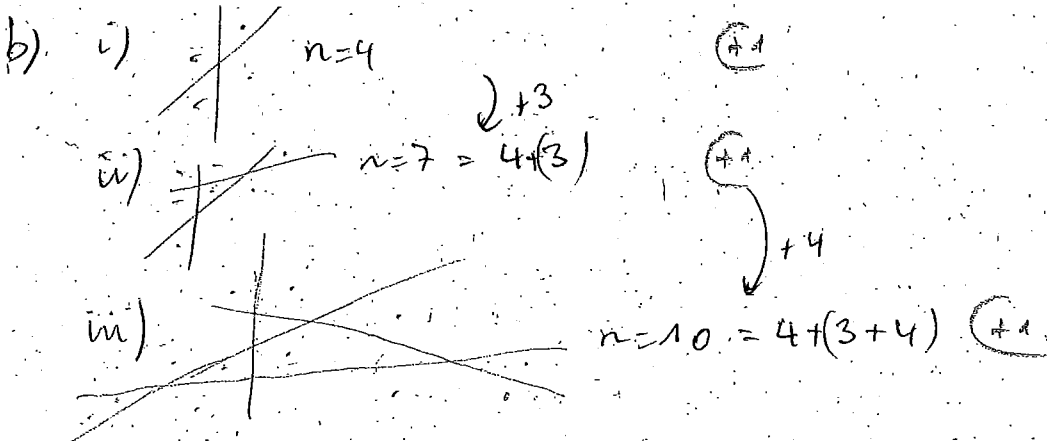
soit $S = \frac{2^{25} - 1}{2} \approx 8,47 \cdot 10^{11}$ (4)

$$\approx 847000000000$$

ex 10

a) thērema (latin) : quel on peut contempler / objet d'étude (+2)

theorem (grec) : contempler, observer, examiner (cf. site!)



iv) $4 + (3 + 4 + 5 + \dots + 10) = 4 + [1 + 2 + 3 + \dots + 10] - [1 + 2]$

$$= 4 + \frac{10 \cdot 11}{2} - 3 = 56$$
 (+2)

v) $4 + (2 + 4 + \dots + 100) = 4 + [1 + 2 + \dots + 100] - [1 + 2] = 4 + \frac{100 \cdot 101}{2} - 3 = 505$