

Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématique - Première année - Niveau normal

Date : 17 janvier 2008

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 1Ma1DF7

Nom de l'élève :

Prénom de l'élève :

Matériel autorisé

- Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II)

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes : / 2

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes : / 2

Total des points des exercices : / 72

Total des points de l'épreuve : / 74

Barème

| | | | | | | | | | |
|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|-----|----|
| 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 3.5 | 4 | 4.5 | 5 | 5.5 | 6 |
| | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 47 | 54 | 61 | 68 |

Note :

/ 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

Début du travail

Exercice 1 (environ points)

5 vaches produisent 70 litres de lait en 4 jours, combien de temps (en jours, heures, minutes, secondes) faut-il à 3 vaches pour produire 35 litres de lait ?

[15]

| | | | |
|----------|-----------|-----------------------------|-------------------------|
| 5 vaches | 70 litres | 4 jours | ↓ facteur $\frac{5}{3}$ |
| 3 vaches | 70 litres | $\frac{5}{3} \cdot 4$ jours | |
| 3 vaches | 35 litres | $\frac{5 \cdot 4}{2}$ jours | ↓ facteur 2 |

il faut $\frac{10}{3}$ j, c'est 3,3 j, c'est 3 j 8 h

(5)

Exercice 2 (environ points)

(a) Simplifier l'écriture au maximum de sorte qu'il n'y ait aucune racine au dénominateur

[19]

i. $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{75}{48}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$ (2)

ii. $\frac{-4}{\sqrt{8}} + \frac{1}{2} = \frac{-4\sqrt{8}}{\sqrt{8}\sqrt{8}} + \frac{1}{2} = \frac{-4\sqrt{8}}{8} + \frac{1}{2} = \frac{-4 \cdot 2\sqrt{2}}{8} + \frac{1}{2} = -\sqrt{2} + \frac{1}{2}$ (3)

(b) Simplifier le plus possible et de sorte qu'il n'y ait aucun exposant négatif dans la réponse (a et b sont des nombres réels non nuls) :

$$\frac{(b^3)^{-6} \cdot (a \cdot b^4)^3}{(b^5 \cdot b^{-1})^{-6} \cdot (b^3)^6} \cdot a^{-3} = \frac{b^{-18} a^3 b^{12} a^{-3}}{b^{-30} b^6 b^{18}} = \frac{b^{-6}}{b^{-6}} = 1$$

(4)

Exercice 3 (environ points)

[16]

Traduire en langage mathématique :

(a) l'ensemble des nombres rationnels est inclu dans l'ensemble des nombres réels

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \quad (2)$$

(b) moins trois quarts n'appartient pas à l'ensemble des nombres entiers relatifs

$$-\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z} \quad (2)$$

(c) l'ensemble des réels inférieurs ou égaux à $\frac{\pi}{2}$

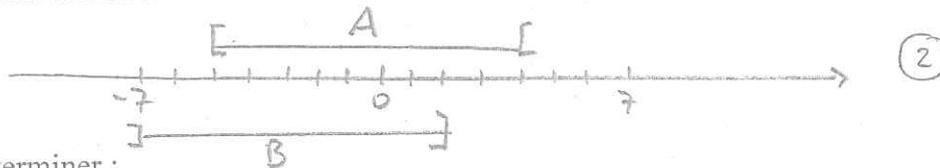
$$\left] -\infty; \frac{\pi}{2} \right] \quad (2)$$

Exercice 4 (environ points)

[18]

Soient A et B les deux ensembles suivants : $A = [-5; 4[$ et $B =]-7; 2]$

(a) Représenter A et B sur une même droite réelle:



(b) Déterminer :

i. $A \cup B =]-7; 4[\quad (2)$

ii. $A \cap B = [-5; 2] \quad (2)$

iii. $A \setminus B =]2; 4[\quad (2)$

Exercice 5 (environ 12 points)

Soit x une variable réelle.

On considère l'expression suivante : $(x+3)(2-x)(2+x)+(4-x^2)(x^2-9)$

- (a) L'expression $(x+3)(2-x)(2+x)+(4-x^2)(x^2-9)$ est une somme / un produit
[entourer la bonne réponse]
- (b) $(x+3)(2-x)(2+x)$ et $(4-x^2)(x^2-9)$ sont les de l'expression
[compléter]
- (c) L'expression $(4-x^2)(x^2-9)$ est une somme / un produit [entourer la bonne
réponse]
- (d) $4-x^2$ et (x^2-9) sont les de l'expression [compléter]
 $(4-x^2)(x^2-9)$
- (e) Développer le plus possible et simplifier au maximum l'écriture :

$$(x+3)(2-x)(2+x)+(4-x^2)(x^2-9)$$

=

- (f) Factoriser le plus possible :

$$(x+3)(2-x)(2+x)+(4-x^2)(x^2-9)$$

=

Exercice 7 (environ points)

Mon café préféré est un mélange de deux sortes: l'expresso et le mocca. Je mélange 500 g de café expresso à 17,40 fr. le kg avec 700 g de café mocca. Le mélange me coûte 19,50 fr. le kg. Quel est le prix de la livre de café mocca? Soit x le prix du mocca au kilo.

[1/9]

| | | | | |
|------------|---|--------------|---|----------------|
| <u>Exp</u> | + | <u>Mocca</u> | = | <u>Mélange</u> |
| 500 gr. | | 700 gr. | | 1200 gr. |
| 17,40/kg | | x / kg | | 19,50/kg |

$$0,5 \cdot 17,40 + 0,7 \cdot x = 1,2 \cdot 19,5$$

(5)

$$\Rightarrow 8,7 + 0,7x = 23,4$$

$$\Rightarrow 0,7x = 14,7$$

$$\Rightarrow x = 21 \quad (2)$$

donc le prix d'une livre de mocca est de $\frac{21}{2} = 10,5$ (1)

Exercice 8 (environ 5 points)

On considère les conjectures suivantes. Sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

[1/9]

(a) Conjecture 1: Si a et b sont des nombres réels positifs, alors $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

Fausse

Contre-exemple: $a=1$ et $b=1$

$$\sqrt{1^2 + 1^2} \stackrel{?}{=} 1 + 1$$

$$\sqrt{2} \stackrel{?}{=} 2 \quad \text{non}$$

(1+3)

(b) Conjecture 2: La différence des carrés de deux nombres pairs consécutifs est toujours un multiple de 4.

Vraie

$2n$ et $2n+2$ les 2 nbres pairs consécutifs

$$(2n+2)^2 - (2n)^2 = 4n^2 + 8n + 4 - 4n^2$$

$$= 8n + 4$$

$$= 4(2n+1)$$

est un multiple de 4

(1+4)