Enseignant : Jean-Marie Delley

Durée : 90 minutes

Cours : 1Ma1DF7

Nom de l'élève : ....

Prénom de l'élève : ....

Matériel autorisé

- Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II)

Remarques

- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initiales en haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ ...... / 3

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ ...... / 3

Total des points des exercices : .... / 96

Facultatifs : .... / 6

Total des points de l'épreuve : .... / 99

Barème

1.5	**2**	**2.5**	**3**	**3.5**	**4**	**4.5**	**5**	**5.5**	**6**
	14	24	34	44	54	64	73	82	91

Note : / 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

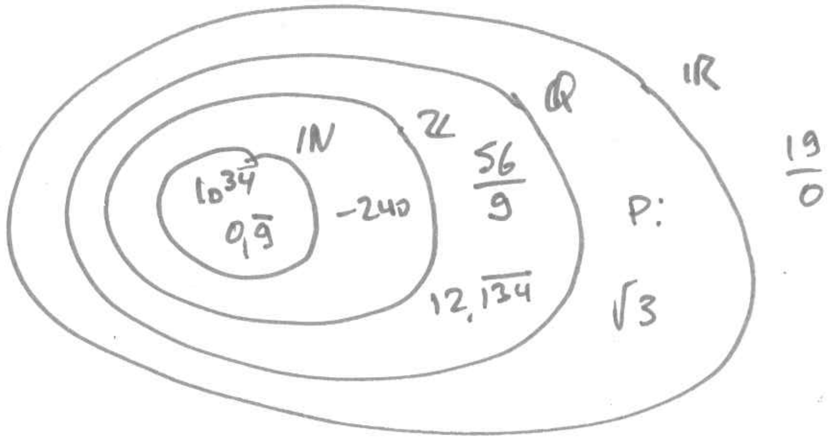
- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://icp.ge.ch/saussure-base/delley/generalites/evaluation/suivi-individualise-des-evalutations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Exercice 1 (environ 10 points)

Représenter dans un diagramme de Venn les nombres suivants :

$-240\,;\ \frac{56}{9}\,;\ 10^{34}\,;\ 12,\overline{134}\,;\ \ .,;\ \frac{19}{0}\,;\ \sqrt{3}\,;\ 0,\overline{9}$

[/10]



Exercice 2 *(environ 10 points)*

Compléter par un symbole adéquat :

[/10]

(a) $\mathbb{Z}$ ..$\subseteq$.. $\mathbb{Q}$ (2)

(b) $\mathbb{N}$ ..$\setminus$.. $\{1;2;3;4;...\}= 0$ (2)

(c) -33 ..$\notin$.. $\mathbb{N}$ (2)

(d) $\{3;4;5;6;7\}$ ..$\cap$.. $\{6;7;8;9\} = \{6;7\}$ (2)

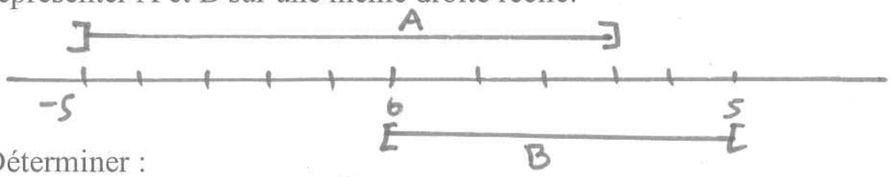
(e) $\{3;4;5;6;7\}$ ..$\setminus$.. $\{5;6;7;8;9\} = \{3;4\}$ (2)

[/8]

Exercice 3 *(environ ~~10~~ 8 points)*

Soient A et B les deux ensembles suivants : A=]-5;3] et B= [0;5[

(a) Représenter A et B sur une même droite réelle:



(2)

(b) Déterminer :

i. $A \cup B$ =]-5; 5[(2)

ii. $A \cap B$ = [0; 3] (2)

iii. $A \setminus B$ =]-5; 0[(2)

Exercice 4 *(environ 9 points)*

(a) Le taux de change du jour est de 1 euro pour 1,675 francs suisses (chf). Combien faut-il d'euros pour obtenir 2000 chf ?

[/9]

$$\frac{1\ €}{1{,}675.-} = \frac{x\ €}{2000\ chf}$$

$$x = \frac{2000 \cdot 1}{1{,}675} \cong 1194{,}03\ €$$

Il faut 1194,03 euros

(3)

(b) Un maçon fabrique deux murs identiques en 14 heures. Combien faudrait-il de temps [en heures minutes secondes] pour que trois maçons fabriquent 5 murs ?

1 Ma	2 Mu	14 h
3 Ma	$\boxed{6\ \text{Mu}}$	14 h
3 Ma	5 Mu	$14 \cdot \frac{5}{6}$ h

$$\cancel{14}^{7} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_{3}} [h] = \frac{35}{3} [h] = 11{,}\bar{6} [h] = 11 \text{ h } 40 \text{ minutes}$$

(6)

Exercice 5 *(environ 20 points)*

[/20]

(a) Calculer en donnant les détails et en donnant un résultat sous forme de fraction simplifiée au maximum:

$$\frac{\frac{-5}{3}-\frac{5}{2}}{7-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{-10-15}{6}}{\frac{21-1}{3}} = \frac{\frac{-25}{6}}{\frac{20}{3}} = \frac{-\cancel{25}^{5}}{\cancel{6}_{2}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{20}_{4}} = -\frac{5}{8}$$

(3)

(b) Transformer en écriture scientifique :

$$0{,}0000045789 = 4{,}5789 \cdot 10^{-6}$$

(2)

(c) Simplifier le plus possible et de sorte qu'il n'y ait aucun exposant négatif dans la réponse (a et b sont des nombres réels non nuls) :

$$\frac{(b^5)^{-4}\cdot(a^{-1}\cdot b^3)^5}{(b^3\cdot b^{-4})^{-2}\cdot(b^7)^{-1}}\cdot a^5 = \frac{b^{-20}\cdot a^{-5}\cdot b^{15}\cdot a^5}{(b^{-1})^{-2}\cdot b^{-7}}$$

$$= \frac{b^{-5}\cdot a^0}{b^2\cdot b^{-7}}$$

$$= \frac{b^{-5}\cdot 1}{b^{-5}}$$

(4)

$$= 1$$

(d) Simplifier l'écriture au maximum:

i. $\sqrt{72} = \sqrt{36\cdot 2} = 6\sqrt{2}$ (2)

ii. $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\dfrac{32}{18}} = \sqrt{\dfrac{16}{9}} = \dfrac{4}{3}$ (2)

iii. $(\sqrt{8})^4 = \left[(\sqrt{8})^2\right]^2 = 8^2 = 64$ (2)

(e) Transformer pour obtenir une expression sans racine au « dénominateur » :

i. $\dfrac{-2}{\sqrt{5}} = \dfrac{-2}{\sqrt{5}}\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ (2)

ii. $\dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}\,\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2-3} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1}$

$= -\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (3)

Exercice 6 *(environ 10 points)*

(a) Déterminer le nombre rationnel x tel que x = $\frac{256}{225}$. Il s'agit de donner les détails des calculs (donc pas une réponse obtenue directement par la calculatrice).

$$\begin{array}{r|l} 256 & 225 \\ \underline{225} & \\ 310 & \\ \underline{225} & \\ 850 & \\ \underline{675} & \\ 1750 & \\ \underline{1575} & \\ 175 & \\ \vdots & \end{array}$$

Réponse:

$$\frac{256}{225} = 1,1\overline{37}$$

(b) Déterminer la fraction irréductible $\frac{a}{b}$ telle que $\frac{a}{b} = 1,2\overline{23}$.

$x = 1,2\overline{23}$

$10x = 12,\overline{23}$

$1000x = 1223,\overline{23}$

donc $1000x - 10x$: $\begin{array}{r} 1223,\overline{23} \\ - \quad 12,\overline{23} \\ \hline 1211 \end{array}$

càd $990x = 1211$

$x = \frac{1211}{990}$

Exercice 7 (environ 10 points)

(/10)

Soit x une variable réelle.
On considère l'expression suivante : $x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$

(a) L'expression $x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse] (1)

(b) $x^2(x-1)(x+1)$ et $(x^2-1)(16-8x)$ sont les ....termes.... de l'expression [compléter] (1)

(c) L'expression $(x^2-1)(16-8x)$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse] (1)

(d) (x^2-1) et $(16-8x)$ sont les ....facteurs.... de l'expression $(x^2-1)(16-8x)$ [compléter] (1)

(e) Développer le plus possible et simplifier au maximum l'écriture :

$= x^2(x-1)(x+1)+(x^2-1)(16-8x)$

$= x^2(x^2-1) + (x^2-1)(16-8x)$

$= x^4 - x^2 + 16x^2 - 16 - 8x^3 + 8x$

$= x^4 - 8x^3 + 15x^2 + 8x - 16$ (3)

(f) Factoriser le plus possible :

$x^2(x^2-1)+(x^2-1)(16-8x) = (x^2-1)[x^2+16-8x)$

$= (x^2-1)(x^2-8x+16)$

$= (x^2-1)(x-4)^2$

$= (x-1)(x+1)(x-4)^2$ (3)

Exercice 8 *(environ 14 points)*

/14

(a) Développer le plus possible et simplifier le résultat ($x \in$ et $y \in \mathbb{R}$) :

$x - (2 - x - (y - 3) + (x - y - (x + 2x - (y + 2) - 1) - x) + y)$

$= x - (2 - x - y + 3 + (x - y - (3x - y - 2 - 1) - x) + y)$

$= x - (5 - x - y + (\cancel{x} - \cancel{y} - 3x + \cancel{y} + 3 - \cancel{x}) + y)$

$= x - (5 - x - \cancel{y} - 3x + 3 + \cancel{y})$

$= x - (8 - 4x)$ (4)

$= 5x - 8$

(b) Factoriser le plus possible (toutes les lettres représentent des nombres réels) :

i. $36x^2y^5b^2 - 16x^4y = 4x^2y(9y^4b^2 - 4x^2)$

$= 4x^2y(3y^2b - 2x)(3y^2b + 2x)$ (4)

ii. $x^2-7x+10 = (x-5)(x-2)$ ③

iii. $(x-a)b+(a-x)c = (x-a)b-(x-a)c$
$= (x-a)(b-c)$ ③

Exercice 9 *(environ 5 points)*

[1/5]

On considère la conjecture suivante :

Conjecture : Si $x \in \mathbb{R}$, alors $x^5+1=(x+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

Est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

Faux

Contre-exemple : si $x=1$:

$1^5+1 \overset{?}{=} (1+1)(1^4+1^3+1^2+1+1)$

$2 \overset{?}{=} 2\cdot 5$

$2 \overset{?}{=} 10$ non

(1+4)

Exercice 10 - facultatif *(environ 6 points)*

[max +/6]

(a) A quelle époque (au siècle près) a-t-on pris conscience que la longueur de l'hypothénuse d'un triangle rectangle de côtés 1 ne pouvait pas être représentée par une fraction ?

au temps de Pythagore, vers - av. JC (2)

(b) Calculer directement à l'aide de la calculatrice :

i $\dfrac{-\frac{54}{56}-\frac{50}{32}}{-18-\frac{13}{48}} = \dfrac{-\frac{283}{112}}{\frac{73}{4}} = \dfrac{283}{2044}$ (2)

ii. ppcm{124;98}= 6076 (1)

iii. division euclidienne de 934856 par 30464;

quotient = 30 (1)
reste = 20936