

Nom et prénom :

Groupe :

Durée : 90 minutes

Il y a 8 questions.

Le nombre total des points est environ 59.

+ 3 points pour les notations (-1 point par faute; max. -3 pts).

Bonus : 3 points pour le français (-1 point par faute; max. -3 pts)

Remarques

- Répondre aux questions sur les feuilles de l'énoncé puis les rendre à la fin de l'épreuve; annexer des feuilles de calcul si nécessaire.
- Inscrire son nom en haut de la première feuille et ses initiales sur les éventuelles autres feuilles.
- Il est important de justifier toutes les réponses.
- Il ne suffit pas, sauf indication contraire, de répondre par un nombre ou par oui/non.
- si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C ».

Autorisée

- Calculatrice personnelle non programmable et non graphique.

1. (6 points environ)

Le nombre ci-dessous est représenté en base 5, le représenter en base 6 :

• 243

base 5: $3 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 = 3 + 20 + 50 = 73$ [en base 10]

en base 6:

$$\begin{array}{r} 73 \\ -2 \cdot 36 \\ \hline 1 \\ -1 \cdot 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$6^2=36$	$6^1=6$	$6^0=1$
2	0	1

Réponse:


201

Nom (initiales) : _____

Groupe : _____

2. (9 points environ)

On rappelle ci-dessous la table de conversion pour l'écriture maya "simplifiée" (base principale 20 et auxiliaire 5) :



•	—	
1	5	0

(a) (3 points environ) Représenter le nombre maya suivant dans notre système de numération en base 10 :

• 1.8000 = 8000
 ••• 3.400 = 1200
 —•• 12.20 = 240
 —•• 7.1 = 7


total 9447

(b) (3 points environ) Représenter le nombre maya suivant dans notre système de numération en base 10 :

••• 3.16000 = 480000
 0.8000 = 0
 —•• 11.400 = 4400
 0.20 = 0
 • 1.1 = 1

total 484401

(c) (3 points environ) Ecrire le nombre suivant - donné dans notre système de numération - en numération maya : 2017

$20^3 = 8000$	$20^2 = 400$	$20^1 = 20$	$00 + 1$	$\begin{array}{r} 2017 \\ \underline{5 \cdot 400} \\ 17 \\ \underline{-17 \cdot 1} \\ 0 \end{array}$	réponse: 
5	0	17			

3. (10 points environ)

Il s'agit d'inventer un système non positionnel de numération en base 5 de votre choix.

(a) (1 points environ) Choisissez un symbole pour représenter l'unité :



Nom (initiales) : _____

Groupe : _____

(b) (1 points environ) Choisissez un symbole pour représenter la quantité "cinq" :(c) (1 points environ) Choisissez un symbole pour représenter la quantité "vingt-cinq" :

(d) (2 points environ) Représentez la quantité "sept" dans votre système :



(e) (3 points environ) Représentez la quantité "cinquante-neuf" dans votre système :

$$\begin{array}{r} 59 \\ -2 \cdot 25 \\ \hline 9 \\ -1 \cdot 5 \\ \hline 4 \\ -4 \cdot 1_0 \\ \hline 0 \end{array}$$

5^2	5^1	5^0
2	1	4

réponse: $M M \Delta \text{clover clover clover clover}$

(f) (2 points environ) Donner au moins deux désavantages de ce système ?

- on ne peut pas représenter de très grands nombres
- il n'y a pas de relation entre la grandeur de la quantité représentée et la taille du nombre
- pas de zéro
- ...

4. (9 points environ)

Nom (initiales) : _____

Groupe : _____

- (a) (2 points environ) Calculer (en indiquant les détails)
- 2^{4^2}

$$10^3 \cdot 10^9 \cdot 10^6 \cdot 10^9 \cdot 10^1 = 10^{28}$$

- (b) (2 points environ) Ecrire "mille milliards de millions de milliards de dizaines de courgettes !" comme une puissance de 10.

$$10^{10^{10}} = 10^{(10^{10})} = 10^{10000000000}$$

• il faut 10'000'000'000 chiffres
• c'est dix milliards en chiffres

- (c) (3 points environ) Combien de chiffres faut-il pour écrire le nombre
- $10^{10^{10}}$
- . Donner la réponse comme un nombre représenté en base 10 puis donner le nom de ce nombre en français.

$$10^{10^{10}} = 10^{(10^{10})} = 10^{10000000000}$$

Il faut 10000000000 + 1 chiffres, c'est 10'000'000'000 + 1 chiffres.
donc dix milliards en chiffres

- (d) (2 points environ) Quel est le nombre le plus grand entre
- 8^{340}
- et
- 10^{294}
- ?

$$\begin{aligned} 8^{340} &= (2^3)^{340} = 2^{3 \cdot 340} = 2^{1020} = 2^{10 \cdot 102} = (2^{10})^{102} \\ &= (1024)^{102} > 1000^{102} = (10^3)^{102} = 10^{306} > 10^{294} \end{aligned}$$

5. (10 points environ)

- (a) (4 points environ) Exprimer les nombres suivants en utilisant
- n
- pour représenter un nombre entier naturel :

1. Le prédécesseur d'un carré.

$$n^2 - 1$$

2. Deux multiples de 8 consécutifs.

$$8n \text{ et } 8(n+1)$$

Nom (initiales) : _____

Groupe : _____

(b) (6 points environ) Exprimer les nombres suivants en utilisant t pour représenter un nombre entier naturel :

1. Un nombre qui laisse un reste de 5 lorsqu'on le divise par 11.

$$5t + 11$$

2. Un nombre, différence des cubes de deux nombres impairs consécutifs.

$$(2n+3)^3 - (2n+1)^3$$

3. Un nombre, cube de la différence de deux nombres impairs consécutifs.

$$[(2n+3) - (2n+1)]^3$$

6. (5 points environ)

On considère le problème ci-dessous :

"Deviner le nombre que quelqu'un a pensé. Faites multiplier par douze le nombre pensé ; dites ensuite d'ajouter à ce produit le double du nombre pensé ; puis faites ajouter le quadruple de l'unité à la somme précédente ; ayant demandé quelle est cette somme, prenez-en la moitié à laquelle vous ôtez deux. Diviser enfin ce résultat par sept, il restera le nombre pensé."

Traduire ce texte en langage mathématique.

Soit n le nombre :

$$\frac{\left[\frac{(12n + 2n + 4 \cdot 1)}{2} - 2 \right]}{7} = n$$

Nom (initiales) : _____

Groupe : _____

7. (6 points environ)

Les conjectures suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a) (3 points environ) Soit m un nombre.Si m est un entier naturel, alors $8m$ est un nombre pair.

Vrai démonstration: $8m = 2 \cdot (\underbrace{4m}_{\text{entier}})$ qui est pair
par définition de "pair"

(b) (3 points environ) Si m est le successeur d'un carré, alors m est le prédécesseur d'un nombre pair.

Faux contre-exemple: 26 est le successeur de 25 qui est bien un carré, mais 26 est le prédécesseur de 27 qui n'est pas pair!

8. (4 points environ)

(a) (2 points environ) Donner un exemple qui illustre le fait que des situations apparemment semblables doivent en fait être interprétées différemment lorsque l'on passe du calcul numérique au calcul littéral (avec des lettres qui représentent des nombres).

(b) (2 points environ) Expliquer la différence entre un axiome et un théorème.