Début du travail

Exercice 1 (environ 16 points)

[/16]

Soit x une variable réelle.

Résoudre l'équation $\frac{x-3}{x}+\frac{x}{x-2}=\frac{4}{x^2-2x}$

• D_f : pb si $x=0$ ou $x-2=0$ ou $x^2-2x=0$
$x=2$
$x(x-2)=0$
$x=0$ ou $x-2=0$
$x=2$

(5) $D=\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$

(3) • ppcm de x, $x-2$ et x^2-2x : $x(x-2)$

• $\frac{(x-3)\cdot(x-2)}{x\cdot(x-2)}+\frac{x\cdot x}{(x-2)\cdot x}=\frac{4}{x(x-2)}$ $\Big)\cdot x(x-2)$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-2)+x^2=4$

$\Leftrightarrow x^2-5x+6+x^2=4$ $\Big)-4$

$\Leftrightarrow 2x^2-5x+2=0$

$\Delta=b^2-4ac$
$=(-5)^2-4\cdot2\cdot2$
$=9$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$
$=\frac{5\pm3}{4}$

(4) $x=2$ ou $x=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

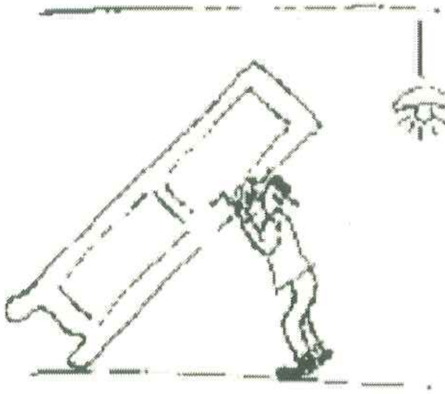
• $2\notin D$ mais $\frac{1}{2}\in D$

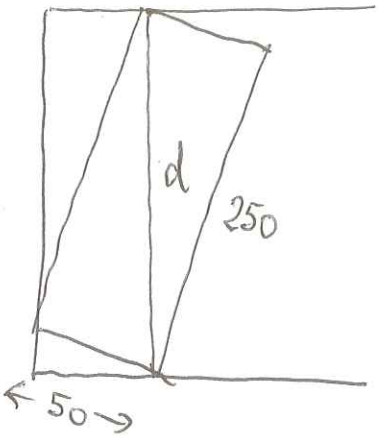
(4) donc $S=\{\frac{1}{2}\}$

Exercice 2 (environ 10 points)

On désire redresser une armoire de 2.5 [m] de hauteur et 50 [cm] de profondeur, couchée sur sa face arrière, en la faisant pivoter sur ses pieds postérieurs.

Si le plafond de la chambre est à 2.8 [m] peut-on redresser l'armoire sans qu'elle le touche?





La plus grande hauteur est la diagonale : 5

Pythagore : $d^2 = 50^2 + 250^2$

$d^2 = 65000$

$d = \pm\sqrt{65000}$

$= \pm 10\sqrt{650}$

$= \pm 50\sqrt{26}$

$d = 50\sqrt{26}$

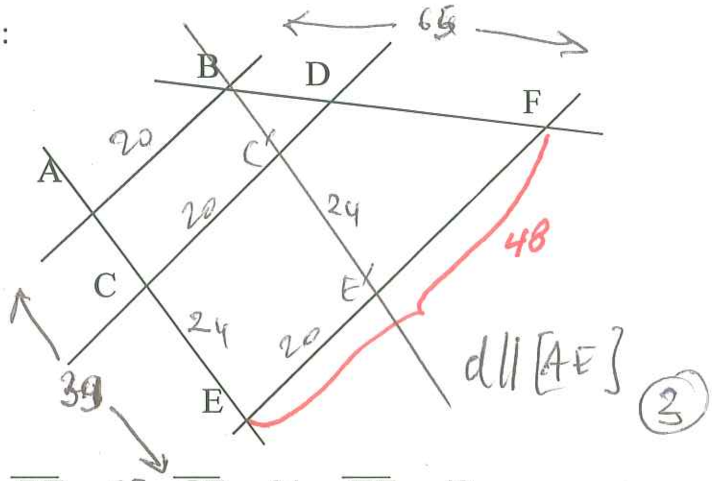
$\cong 254,95$ cm 4

Ça passe ! 1

[/13]

Exercice 3 (environ 13 points)

On considère la situation suivante :



On suppose que:

- [AB] | | [CD]
- [AB] | | [EF]
- $\overline{AB} = 20$, $\overline{AE} = 39$ $\overline{BF} = 65$, $\overline{CE} = 24$, $\overline{EF} = 48$

Trouver $\overline{CD}$ et $\overline{BD}$ en donnant toutes les réponses sous forme de fraction irréductible et sous forme approchée arrondie au centième.

- $BC' = BE' - BC'$
  $= 39 - 24$
  $= 15$ (1)

- $E'F = EF - EE'$
  $= 48 - 20$
  $= 28$ (1)

- $\Delta BFE' \sim \Delta BDC'$

$$\frac{BE'}{BC'} = \frac{FE'}{DC'} = \frac{BF}{BD} \Leftrightarrow \frac{39}{15} = \frac{28}{DC'} = \frac{65}{BD}$$ (3)

- $BD = \frac{65 \cdot 15}{39} = 25$ (2)

- $DC' = \frac{15 \cdot 28}{39} = \frac{140}{13} \simeq 10{,}77$

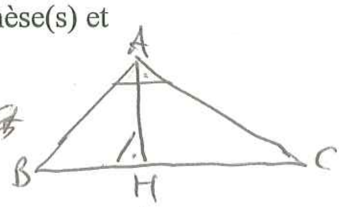
$CD = CC' + C'D$
$= 20 + \frac{140}{13}$
$= \frac{400}{13} \simeq 30{,}77$

(3)

(/17)

Exercice 4 (environ 18 points)

(a) Enoncer le théorème de la hauteur en identifiant clairement hypothèse(s) et conclusion(s)

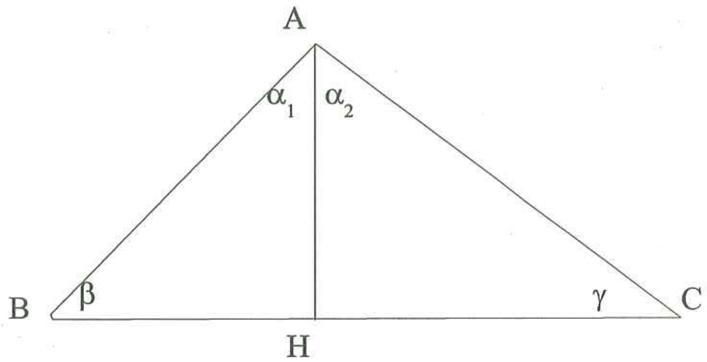


② HYP Soit ΔABC un triangle rectangle en A ~~et~~

② CONCL Alors $\overline{AH}^2 = \overline{BH}\cdot\overline{HC}$

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème. Pour chaque [...........], compléter.

Démonstration:



On a :

[....HYP.......] [....Thm 180.....]

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$\alpha_1+\alpha_2 = 90$ $\alpha_1 + \beta + 90 =$ [....180.....]

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$\alpha_2 = 90-\alpha_1$ $\beta =$ [.....90 - α_1......] ④

$\alpha_2 =$ [..β..] ①

$\Downarrow$ ← car [....Thm 180.....] ②

$\alpha_1 = \gamma$

$\Downarrow$ ← car [angles égaux dans les deux Δ] ou Def tr. semblables ②

ΔABH ~ ΔACH

$\Downarrow$ ← car [..Thm THA..] ②

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AH}{HC}=\frac{HB}{AH}$$

$\Downarrow$ ← car [$\frac{AH}{HC} = \frac{HB}{AH}$] $\downarrow \cdot AH \cdot HC$ ②

$AH^2 = HB\cdot HC$

$AH^2 =$ [..AB.HC..] ①

Exercice 5 (environ 10 points)

[/10]

(a) Expliquer pourquoi les égyptiens ont eu besoin de mesurer des surfaces ?

A cause des crues annuelles du Nil (1)

(b) Quand Thalès est-il né (à 75 ans prés) ~ -625 (2)

(c) Dans quelle région Pythagore a-t-il vécu ? bassin méditerranéen (2)

(d) Qu'est-ce que le disciple de Pythagore Hypase a-t-il découvert qui – selon la légende – l'a conduit à sa perte ? Pourquoi l'a-t-on fait taire ?

- le fait que $\sqrt{2}$ n'était pas un "nombre rationnel" ! (1)
- Car la secte croyait que tout s'expliquait par les nombres rationnels (2)

Exercice 6 (environ 9 points)

[/9]

On considère les conjectures ci-dessous. Sont-elles-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(e) Conjecture 1 : Soit x une variable réelle, alors $\sqrt{2}$ est solution de l'équation $\frac{2}{x}=\frac{\sqrt{2}}{x^2-1}$

(1+4)

$$\frac{2}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2-1} \iff \frac{2}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{2-1}$$

$$\iff \frac{2}{\sqrt{2}} \overset{?}{=} \frac{\sqrt{2}}{1}$$

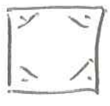
$$\iff \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} \overset{?}{=} \sqrt{2}$$

$$\iff \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} \overset{?}{=} \sqrt{2}$$

oui ! c'est vrai

(f) Conjecture 2 : Si ABCD est un quadrilatère quelconque, alors la somme de ses angles est égale à 400°.

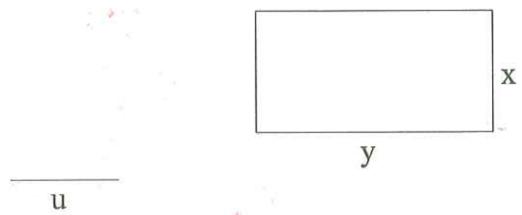
(1+3) faux

Contre-exemple :  $4\cdot 90° = 360° \neq 400°$

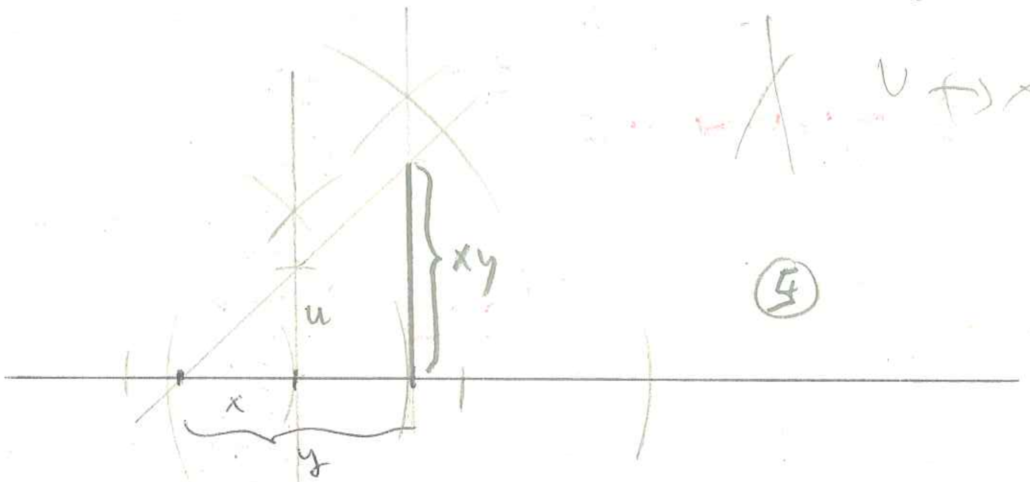
Exercice 7 (environ 15 points)

/15

Soit le rectangle donné ci-dessous :



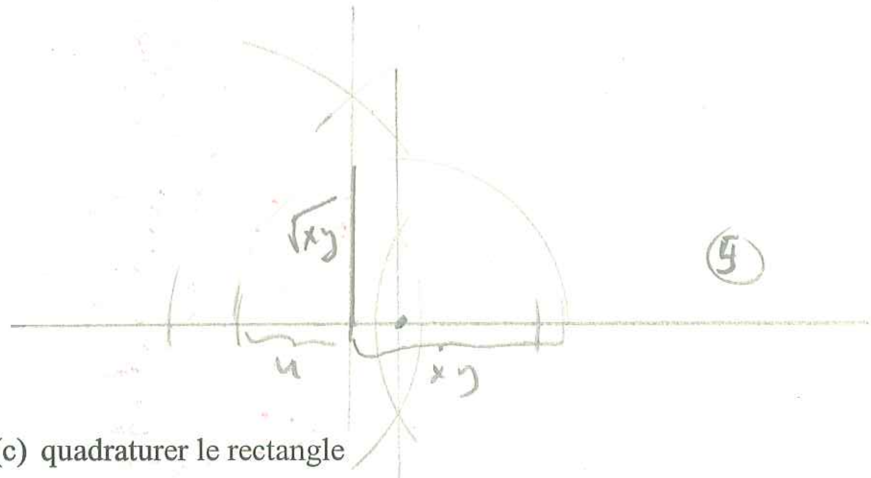
(a) construire le segment de longueur xy



u ≠ x !

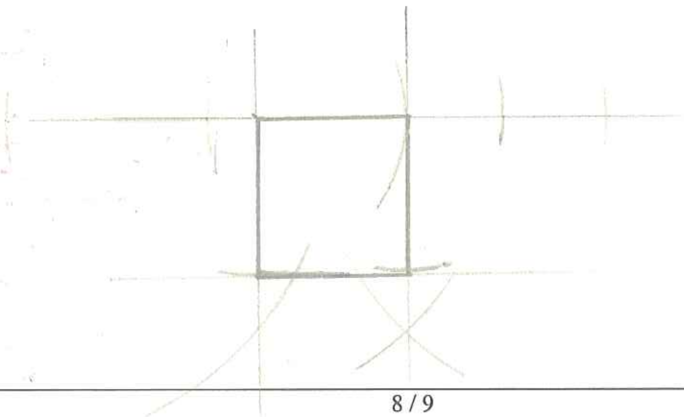
5

(b) construire $\sqrt{xy}$



5

(c) quadraturer le rectangle



5