Travail intermédiaire de mathématiques n°5

Date : 16 avril 2008

Durée : 90 minutes

Enseignant : Jean-Marie Delley

Cours : 1Ma2DF3

Nom de l'élève : ....

Prénom de l'élève : ....

Matériel autorisé
- Calculatrice non programmable personnelle (en principe TI34II)
- Règle et compas

Remarques
- Répondre sur l'énoncé, joindre si nécessaire un brouillon
- Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
- Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
- Indiquez vos initialesen haut de chaque page

Informations chiffrées après correction du maître

Notations (une coche par faute) :

Fautes :	→ ...... / 2

Français (une coche par faute) [bonus] :

Fautes :	→ ...... / 2

Total des points des exercices : .... / 93

Total des points de l'épreuve : .... / 95

Note : / 6

Commentaires du maître sur le travail

Commentaires de l'élève sur son travail

L'élève doit, dès que le maître lui rend son travail corrigé :

- reporter les éventuels commentaires du maître (voir colonne de gauche) dans son suivi individualisé des évaluations sur le site du cours : http://icp.ge.ch/saussure-base/delley/generalites/evaluation/suivi-individualise-des-evalutations
- y joindre ses propres commentaires
- commencer le corrigé – éventuellement facultatif – du travail (voir au verso)

Informations relatives au corrigé du travail par l'élève

- sur des feuilles A4 au format paysage, sur 3 colonnes et pour chaque erreur, l'élève:

dans la colonne 1: recopie l'erreur	dans la colonne 2: explique en quoi c'est faux (et non pourquoi c'est faux !)	dans la colonne 3: corrige l'erreur

- ce corrigé est obligatoire si la note du travail est strictement inférieure à 4, facultatif sinon
- le maître corrige le corrigé et lui attribue une note indicative qui n'entre pas dans le calcul de la moyenne; par contre:
  - si la note du corrigé est 5.5 ou 6 : la note du travail est augmentée de 0.5,
  - si la note du corrigé est 4.5 ou 5 : la note du travail n'est pas modifiée et un crédit de 0.25 est à valoir pour le prochain processus d'évaluation de type « travail 90' »
  - si la note du corrigé est inférieure ou égale à 4 : la note du travail n'est pas modifiée
  - un élève dont la note initiale N est ≥ 4 et qui n'a pas rendu de corrigé obtient la note finale N
- informations complémentaires sur http://icp.ge.ch/saussure-base/delley

Note du corrigé: / 6

Crédit obtenu avec ce corrigé :

Crédit éventuel venant d'un corrigé précédent :

Note finale du travail: / 6

Début du travail

Exercice 1 (environ 16 points)

Soit x une variable réelle.

Résoudre l'équation $\frac{3x+3}{x+3}+\frac{3}{x}=\frac{x^2+9}{x^2+3x}$

D: pb si $x+3=0$
$x=-3$

pb si $x=0$

pb si $x^2+3x=0$
$x(x+3)=0$
$x=0$ ou $x=-3$

donc $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;0\}$ 5

$\frac{3x+3}{x+3}+\frac{3}{x}=\frac{x^2+9}{x(x+3)}$ ppcm 3

$\Leftrightarrow \frac{(3x+3)\cdot x}{(x+3)\cdot x}+\frac{3\cdot(x+3)}{x(x+3)}=\frac{x^2+9}{x(x+3)}$

$\Leftrightarrow \frac{(3x+3)\cdot x+3(x+3)}{(x+3)\cdot x}=\frac{x^2+9}{(x+3)\cdot x}$ $\quad \cdot(x+3)\cdot x$

$\Leftrightarrow (3x+3)x+3(x+3)=x^2+9$

$\Leftrightarrow 3x^2+3x+3x+9=x^2+9$ $\quad -x^2-9$

$\Leftrightarrow 2x^2+6x=0$

$\Leftrightarrow 2x(x+3)=0$

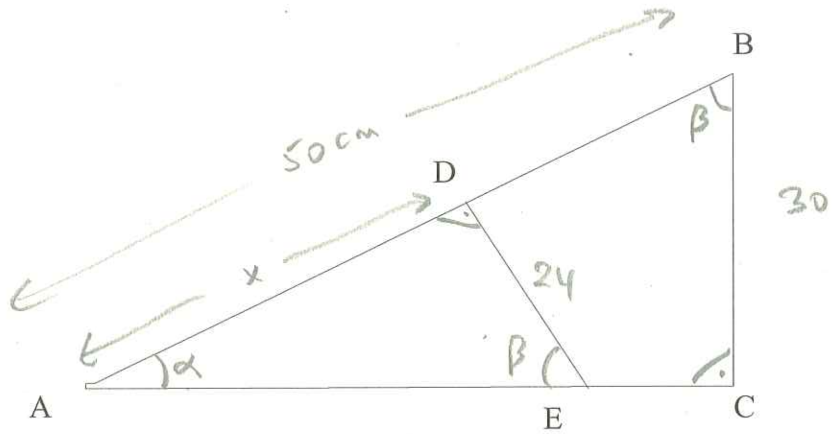
$\Leftrightarrow 2x=0$ ou $x+3=0$ 5
$x=0$ $\quad x=-3$

$0\notin D$
$-3\notin D$ $\Rightarrow S=\emptyset$ 3

Exercice 2 (environ 9 points)

On considère la figure ci-dessous, où $\widehat{EDA}=\widehat{ACB}=90°$ et où $\overline{AB}=50\,cm$, $\overline{BC}=30\,cm$ et $\overline{DE}=24\,cm$

Calculer $\overline{AD}$.



Pythagore : $AC^2+BC^2=AB^2$

$AC^2+30^2=50^2$

$AC^2=1600$

$AC=40\text{ cm}$ (4)

$\triangle ADE \sim \triangle BCA$, donc Thalès : $\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AE}$

$\Leftrightarrow \frac{30}{24}=\frac{40}{x}=\frac{50}{AE}$

$\overline{AD}=x=\frac{24\cdot 40}{30}=32\text{ cm}$ (1) (4)

(Remarque : on peut aussi résoudre ce problème avec la trigonométrie :

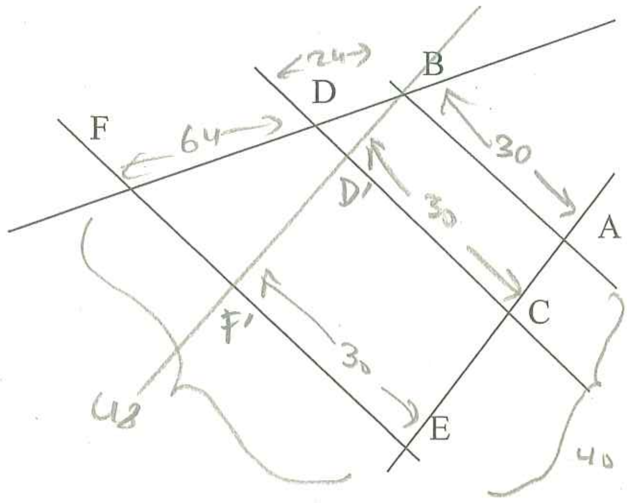
$\sin(\alpha)=\frac{30}{50} \Leftrightarrow \alpha=\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$

$\tan(\alpha)=\frac{24}{x} \Leftrightarrow x=\frac{24}{\tan(\alpha)}$

$=\frac{24}{\tan\left(\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)\right)}=32\text{ cm}$)

Exercice 3 (environ 16 points)

On considère la situation suivante :



On suppose que:

- [AB] | | [CD]
- [AB] | | [EF]
- $\overline{AB}$ = 30 , $\overline{AE}$ = 40, $\overline{DF}$ = 64, $\overline{BD}$ = 24, $\overline{EF}$ = 48

Trouver $\overline{AC}$ et $\overline{CD}$ en donnant toutes les réponses sous forme de fraction irréductible et sous forme approchée arrondie au centième.

- Soit d // [AE] passant par B (2)
- $FF' = 48 - 30 = 18$ et $BF' = AE = 40$ (2)
- $\Delta BDD' \sim \Delta BFF'$, donc par Thalès:

$$\frac{BF}{BD} = \frac{BF'}{BD'} = \frac{FF'}{DD'} \Leftrightarrow \frac{64+24}{24} = \frac{40}{BD'} = \frac{18}{DD'}$$ (3)

- $BD' = \frac{24 \cdot 40}{88} = \frac{120}{11} \simeq 10,91 = AC$ (4)

- $DD' = \frac{18 \cdot 24}{88} = \frac{54}{11} \simeq 4,91$

$CD = DD' + D'C = \frac{54}{11} + 30 = \frac{384}{11} \simeq 34,91$ (5)

Exercice 5 (environ 6 points)

L'aiguille des minutes d'une horloge a 3 cm de long. Quelle est la longueur de l'arc décrit par l'extrémité de l'aiguille en 25 minutes (au centième)?

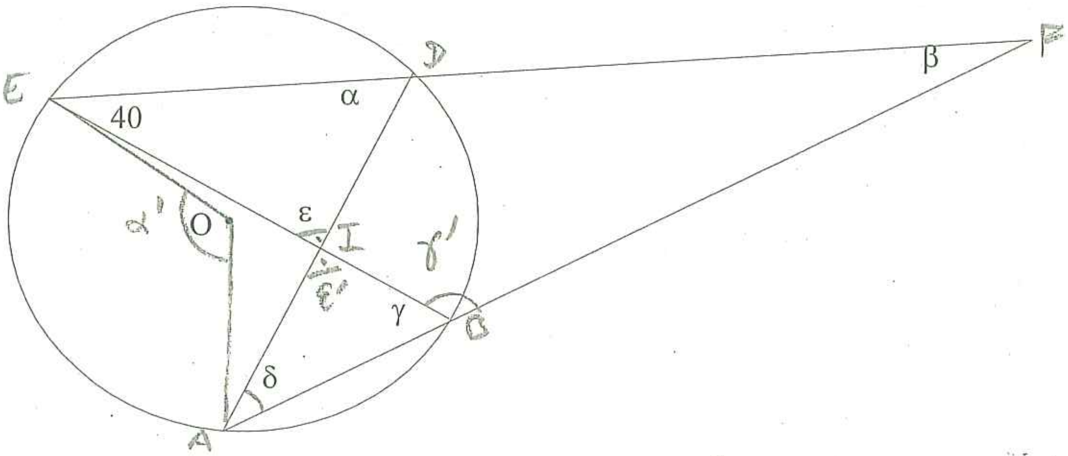
$25' \Rightarrow \frac{25}{60}$ tour $\Rightarrow \frac{25}{60} \cdot 360 = 150°$ (3)

$\frac{l}{2\pi r} = \frac{150}{360} \Leftrightarrow l = \frac{150 \cdot 2\pi \cdot 3}{360} = 2{,}5\pi \cong 7{,}85$ cm

(3)

Exercice 5(environ 14 points)

O est le centre du cercle et $\epsilon = 90$. Déterminer α , β , γ , δ, ϵ et α' en donnant un argument pour chaque angle.



- $\delta = 40°$ car intercepte le même arc que $\widehat{DEI}$,
- $\varepsilon = 90°$ par hypothèse
- $\varepsilon' = 90$, car opposé à ε
- $\gamma = 180 - 90 - \delta = 50°$ par Thm 180
- $\alpha = \gamma = 50°$, car interceptent m arc
- $\gamma' = 180 - \gamma = 130°$, car supplémentaires
- $\beta = 180 - \gamma' - 40 = 10°$, car thm 180
- $\alpha' = 2\alpha = 100$, car Thm ANGINS/au centre

$\alpha = 50°$
$\beta = 10°$
$\gamma = 50°$
$\delta = 40°$
$\varepsilon = 90°$
$\alpha' = 100°$
$\varepsilon' = 90$

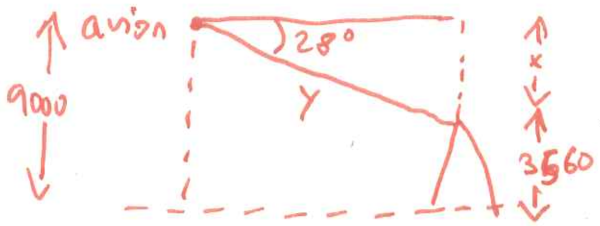
Résumé

- 1 pt par angle /6
- 8 pts justifs

Exercice 6(environ 6 points)

/6

Un avion vole à 9000 m au dessus du sol. Le pilote voit le somment d'une montagne qui culmine à 3560m, dans une direction qui fait un angle de 28° au dessous de son horizontale. A quelle distance du sommet de la montagne se trouve-t-il ?



$x = 9000 - 3560$
$= 5440$

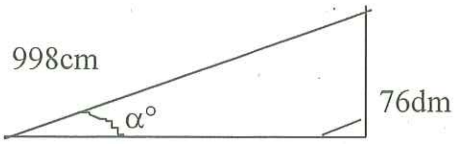
$\sin(28) = \frac{5440}{y}$

$y = \frac{5440}{\sin(28)}$
$\simeq 11587{,}5\ m$

Exercice 7(environ 6 points)

(a) Calculer α à l'aide de la calculatrice et donner le résultat arrondi au centième :

/6

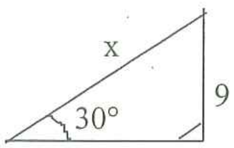


$= 760\,cm$

$\sin(\alpha) = \frac{760}{998} \Leftrightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{760}{998}\right)$
$\simeq 49{,}60°$

3

(b) Calculer x en valeur exacte sans expression « racine » au dénominateur :



$\sin(30) = \frac{9}{x}$

$x = \frac{9}{\sin(30}$
$= \frac{9}{\frac{1}{2}}$
$= 18$

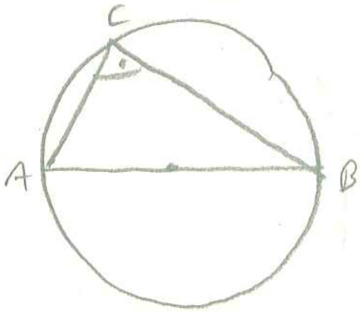
3

Exercice 7(environ 12 points)

Thalès A 1 : *Diogène Laërce* (III^e s. ap. J.-C.)

Aristote et Hippias déclarent qu'il < Thalès > confère aussi une âme aux êtres inanimés, en se fondant sur les propriétés de la pierre magnétique et de l'ambre. A ce que déclare Pamphila, il fut le premier, après avoir été, en géométrie, l'élève des Egyptiens, à avoir inscrit dans un cercle le triangle rectangle, et sacrifia un bœuf en l'honneur de cette découverte.

(a) Illustrer le théorème attribué à Thales dans le texte ci-dessus :



3

(a) Enoncer le théorème attribué à Thales dans le texte ci-dessus en identifiant clairement hypothèse(s) et conclusion(s)

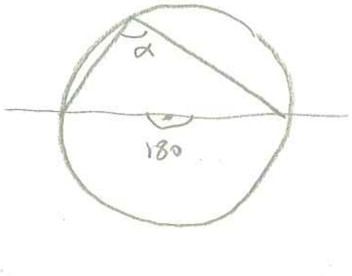
HYP : Soit ΔABC un triangle inscrit dans un cercle

CONCL : alors ΔABC est rectangle

4

(b) Démontrer ce théorème

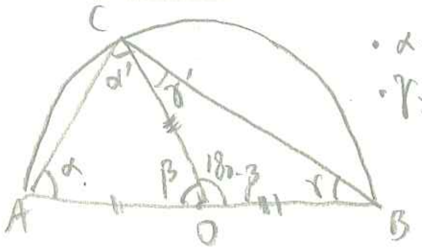
dem :



par le thm démontré :
Thm ANG INSCRIT/AU CENTRE
on a $2 \cdot \alpha = 180$
$\alpha = 90$

5

Autre dém :



- $\alpha = \alpha'$, car ΔAOC isocèle $\rightarrow \beta = 180 - 2\alpha$ par thm 180
- $\gamma = \gamma'$, car ΔOBC isocèle $\rightarrow 180 - \beta = 180 - 2\gamma$ " " "

donc $\beta = 180 - 2\alpha$ et $\beta = 2\gamma$ $\Big\} \Rightarrow 2\alpha + 2\gamma = 180$, $\alpha + \gamma = 90$

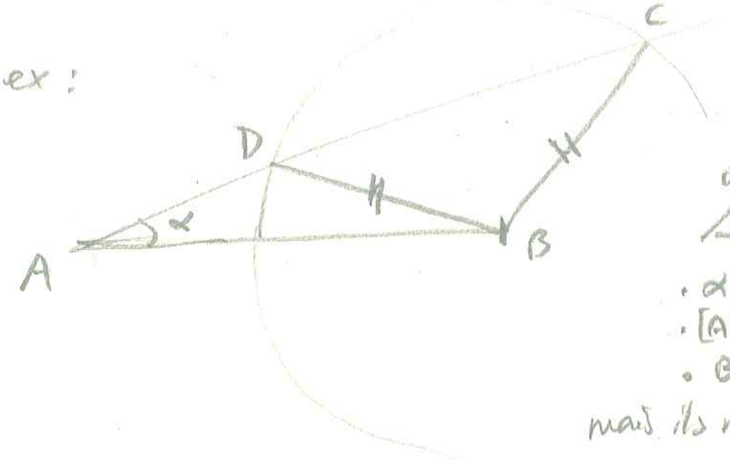
cqfd

Exercice 8 (environ 8 points)

On considère les conjectures ci-dessous. Sont-elles-elles vraies ou fausses ? Justifier.

(a) Conjecture 1 : Si deux triangles ont deux côtés et un angle égaux, alors ils sont isométriques

faux, C-ex :



On compare ΔADB et ΔABC
- α commun
- $[AB]$ commun
- $BC = BD$

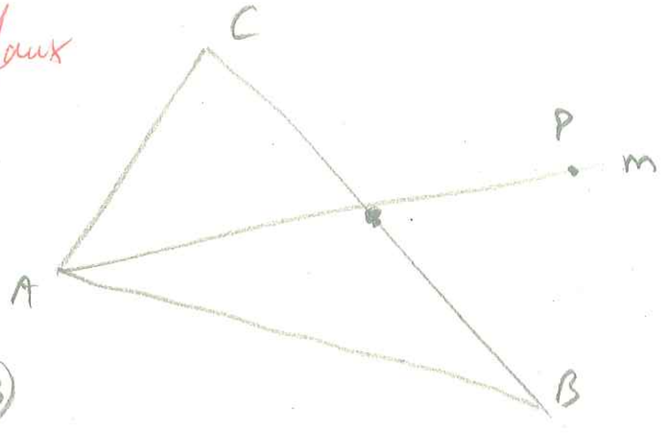
mais ils ne sont pas isométriques!

(5)

(b) Conjecture 2 : Si ΔABC est un triangle quelconque, que m est la médiane de $[BC]$ et que P est un point sur m, alors P est à égale distance de B et de C

faux

Contre-exemple



(3)