

Épreuve regroupée de mathématiques - Corrigé

1^{ère} année niveau normal

Décembre 2015

Question 1 : (12 points)

Calculer et donner la réponse sous forme simplifiée,

- a) $(\sqrt{2} + \sqrt{32})^2 = (\sqrt{2} + \sqrt{2 \cdot 16})^2 = [\sqrt{2}(1 + \sqrt{16})]^2 = 2 \cdot 5^2 = 50$
 ou $(\sqrt{2} + \sqrt{32})^2 = \sqrt{2}^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{32} + \sqrt{32}^2 = 2 + 2\sqrt{64} + 32 = 2 + 16 + 32 = 50$ 2 points
- b) $\sqrt{80x^4y^7} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y^2 \cdot y} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot \sqrt{y} = 4x^2y^3\sqrt{5y}$ 2 points
- c) $\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot (a^3)^4} = \frac{a^{2+3}}{a \cdot a^{3 \cdot 4}} = \frac{a^5}{a^{1+12}} = a^{5-13} = a^{-8} = \frac{1}{a^8}$ 2 points
- d) $5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + \sqrt{48} = 10 \cdot 2\sqrt{3} + 2 \cdot 3\sqrt{3} + 4 \cdot \sqrt{3} = (10 + 6 + 4)\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$ 2 points
- e) $\frac{2 + \sqrt{82}}{\sqrt{2}} = \frac{2 + \sqrt{82}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2 \cdot 41}\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{41} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{41}}{2} = \sqrt{2} + \sqrt{41}$ 2 points
- f) $\frac{9^{200} \cdot 5^{156}}{15^{155} \cdot 3^{347}} = \frac{(3^2)^{200} \cdot 5^{156}}{(3 \cdot 5)^{155} \cdot 3^{347}} = \frac{3^{400} \cdot 5^{156}}{3^{155} \cdot 5^{155} \cdot 3^{347}} = \frac{3^{400} \cdot 5^{156}}{3^{502} \cdot 5^{155}} = \frac{5^{156-155}}{3^{502-400}} = \frac{5}{3^{102}}$ 2 points

Question 2 : (8 points)

- a) $A \cap B = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} = B$ 1 point
- b) $A \cup C =]-\infty; 7[$ (1 pt pour les bornes, 1 pt pour l'ouvert/fermé) 2 points
- c) $C \setminus A =]5; 7[$ (idem) 2 points
- d) $B \setminus C = \emptyset$ 1 points
- e) $\overline{A} =]5; \infty[$ 2 points

Question 3 : (9 points)

- a) 1 point
- b) Vrai : pour $n \in \mathbb{N}$, on a $(2n+1) + (2n+3) = 4n+4 = 2(2n+2)$ 2 points
 +max 1pt pour justifications supplémentaires
- c) Si un nombre est pair, alors il est la somme de deux impairs consécutifs. 1 point
- d) Faux : $n=2$ est pair mais n'est pas la somme de deux impairs consécutifs naturels, car $1+3$ vaut déjà 4 ! 2 points
- e) Si un nombre est impair, alors il n'est pas la somme de deux impairs consécutifs. 1 point
- f) La contraposée est vraie car l'implication l'est. 2 points

Question 4 : (6 points)

- a) $D_g = [-9; \infty[$ 2 points
- b) $g(9) = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} \neq 6$ donc non 2 points
- c) $d = \sqrt{(4-1)^2 + (\sqrt{10}-0)^2} = \sqrt{9+10} = \sqrt{19}$ 2 points

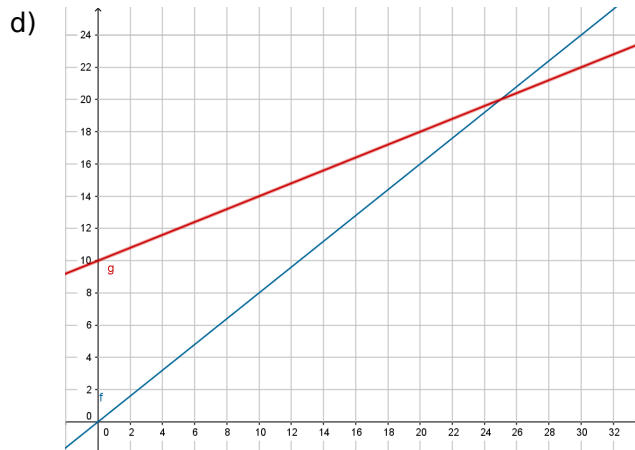
Question 5 : (10 points)

- a) $f(0) = 2.25$ 1 point
- b) $f(1) = -1.5$ 1 point
- c) $f^{-1}(-2) \approx \{1.25; 2.25\}$ 2 points
- d) $f^{-1}(-5) = \emptyset$ 1 point
- e) $Z_f \approx \{0.5; 3\}$
- f)

x	0,5	3
$f(x)$	+	0 - 0 +

Question 6 : (12 points)

- a) $f(x) = 0.8x$ $g(x) = 10 + 0.4x$ 4 points
- b) $12 = 0.8x \Leftrightarrow x = \frac{12}{0.8} = 15$ donc $f(15) = 12$ 2 points
- c) On a calculé le nombre de minutes qui correspondent à 12CHF de facture. 1 point



- e) f est linéaire, g est affine 2 points
- f) $P = (25; 20)$ 1 point
- g) Si on téléphone plus de 25 minutes par mois, il vaut mieux avoir le forfait « Citron ». 1 point