

Collège de Saussure

Examen semestriel de mathématiques de 1re année, niveau normal

Date	21 décembre 2015
Durée	120 minutes
Maîtres, cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley 1Ma1.DF02 (24 élèves)
Nombre de pages	5
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	6
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none">• calculatrice TI-30XS MultiView, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable).
Consignes	<ul style="list-style-type: none">• répondre sur les feuilles quadrillées fournies ;• la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;• toutes les réponses doivent être justifiées par un raisonnement ou un calcul ;• tous les calculs doivent figurer sur les feuilles d'énoncé.

Nom : **Prénom :**

Groupe: **Cours :**

Points obtenus: **Note:**

Répartition des points

Exercice 1 : 12 points

Exercice 2 : 8 points

Exercice 3 : 9 points

Exercice 4 : 6 points

Exercice 5 : 10 points

Exercice 6 : 12 points

Total : 57 points

Exercice 1 (environ 12 points)

Réduire en donnant toutes les étapes de calcul et donner une réponse exacte et simplifiée au maximum sans exposants négatifs et sans racines au dénominateur :

(a) $(\sqrt{2} + \sqrt{32})^2$

(d) $5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} + \sqrt{48}$

(b) $\sqrt{80x^4y^7}$ (avec $y \geq 0$)

(e) $\frac{2 + \sqrt{82}}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{a^2 \cdot a^3}{a \cdot (a^3)^4}$ (avec $a \neq 0$)

(f) $\frac{9^{200} \cdot 5^{156}}{15^{155} \cdot 3^{347}}$

Exercice 2 (environ 8 points)

On considère les ensembles suivants :

$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 5\}$

$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 7\}$

(a) Déterminer les ensembles suivants :

i. $A \cap B$

ii. $A \cup C$

iii. $C \setminus A$

iv. $B \setminus C$

(b) Le complémentaire d'un ensemble de nombres réels E est un nouvel ensemble \bar{E} défini de la manière suivante : $\bar{E} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin E\}$.

Donner sous forme d'intervalle l'ensemble \bar{A} .

Exercice 3 (environ 9 points)

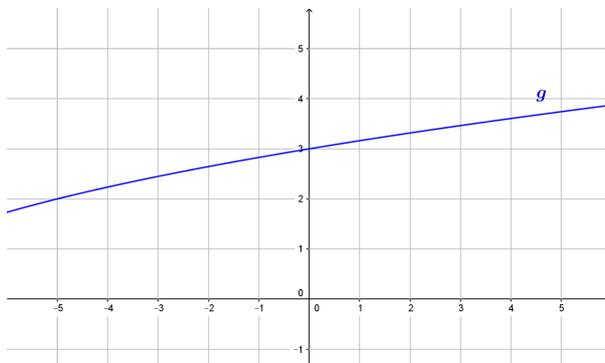
On considère la conjecture suivante :

*« Si un nombre est la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs,
alors ce nombre est un nombre pair ».*

- Identifier l'hypothèse et la conclusion de cette conjecture en les nommant et les entourant ci-dessus.
- Déterminer si la conjecture est vraie ou fausse. Justifier précisément la réponse.
- Énoncer la réciproque de cette conjecture.
- Déterminer si la réciproque est vraie ou fausse. Justifier précisément la réponse.
- Énoncer la contraposée de cette conjecture.
- Déterminer si la contraposée est vraie ou fausse. Justifier précisément la réponse.

Exercice 4 (environ 6 points)

Soit la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x+9}$ dont une représentation graphique est donnée ci-dessous pour $x \in [-6; 6]$.

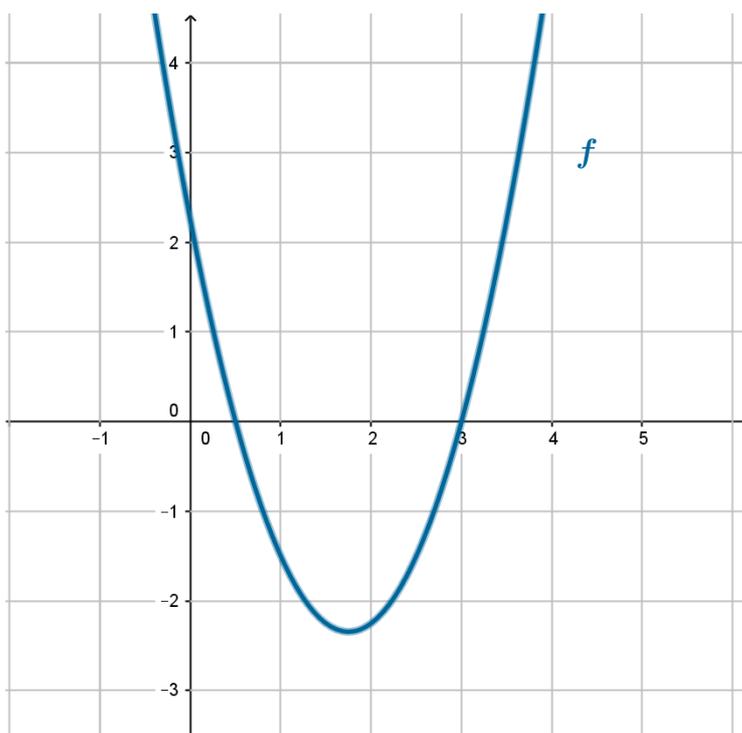


- Déterminer le domaine de définition de g .
- Est-ce que le point $(9; 6)$ appartient à la courbe représentative de g ? Justifier.
- Quelle est en valeur exacte la distance entre le point $A(4; 0)$ et le point $(1; g(1))$?

Exercice 5 (environ 10 points)

Soit une fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dont un tableau des valeurs et une représentation graphique sont donnés ci-dessous :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	66	47.25	31.5	18.75	9	2.25	-1.5	-2.25	0



Répondre aux questions suivantes le plus précisément possible, à l'aide du tableau de valeurs ou de la représentation graphique.

- Que vaut l'ordonnée à l'origine de f ?
- Que vaut l'image de 1 par f ?
- Que vaut $f^{-1}(-2)$?
- Quel est l'ensemble des préimages de -5 par f ?
- Que vaut l'ensemble des zéros de f ?
- Déterminer le tableau des signes de f .

Exercice 6 (environ 12 points)

On s'intéresse à la facture en CHF de deux opérateurs téléphoniques :

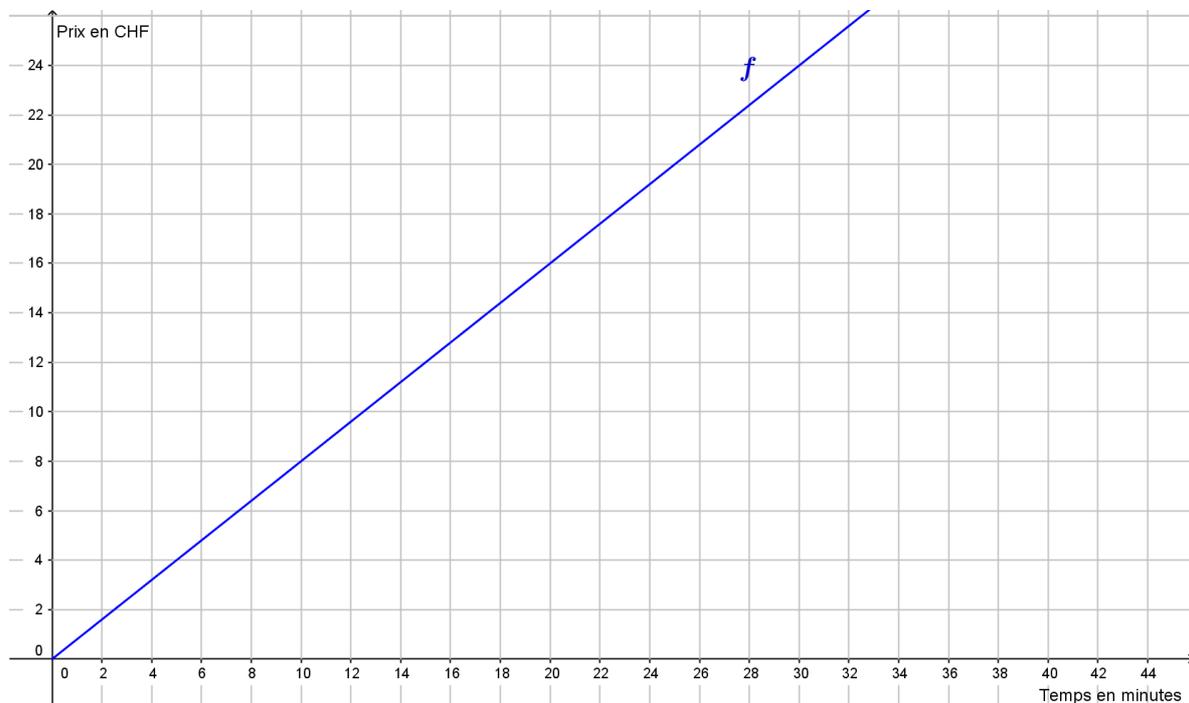
L'opérateur de téléphone mobile « Poivre » facture chaque appel à 0,80CHF par minute.

On considère la fonction f qui représente le coût en CHF avec l'opérateur «Poivre», en fonction du nombre de minutes d'appel.

L'opérateur de téléphone mobile « Citron » propose un forfait de 10CHF par mois, avec lequel on peut téléphoner pour 0,40CHF par minute.

On considère la fonction g qui représente le coût en CHF avec l'opérateur « Citron », en fonction du nombre de minutes d'appel.

On donne la représentation graphique suivante :



- Donner les expressions algébriques des fonctions f et g .
- Déterminer algébriquement la préimage par f de 12.
- Expliquer par une phrase ce que représente le nombre calculé en (b) dans cette situation.
- Représenter la fonction g dans le repère ci-dessus.

- (e) Nommer précisément à quelle famille de fonction appartiennent f et g .
- (f) A l'aide de la représentation graphique de f et de g , déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux courbes représentatives de f et g .
- (g) Comment utiliser cette dernière information dans le choix d'un opérateur téléphonique ?