

## Collège de Saussure

### Examen semestriel de mathématiques de 1<sup>re</sup> année, niveau normal

Date	13 juin 2016
Durée	120 minutes
Maîtres, cours et nombre d'élèves	Jean-Marie Delley 1Ma1.DF02 (22 élèves)
Nombre de pages	11 (inclus une annexe)
Impression	recto-verso, noir-blanc
Nombre d'exercices	6
Documents et matériel autorisés	personnels : <ul style="list-style-type: none"><li>calculatrice TI-30XS MultiView, TI34 ou modèle équivalent (non graphique, non programmable, <u>TI30X-Pro interdite</u>) ;</li></ul> fournis : <ul style="list-style-type: none"><li>feuilles quadrillées ;</li></ul>
Annexe	<ul style="list-style-type: none"><li>liste « boîte à outils » pour justifier en géométrie;</li></ul>
Consignes	<ul style="list-style-type: none"><li><b>répondre sur les feuilles d'énoncé</b> ; si nécessaire, vous pouvez joindre une ou plusieurs des feuilles quadrillées fournies ;</li><li>la présentation doit être soignée, l'écriture lisible ;</li><li>tous les calculs et toutes les étapes de vos raisonnements doivent figurer sur votre copie ; le détail des justifications attendues est explicité pour chaque exercice.</li></ul>

Nom : ..... Prénom : .....

Groupe: ..... Cours : .....

Points obtenus: ..... Note: .....

#### Répartition des points

*Exercice 1 : 11 points*

*Exercice 2 : 5 points*

*Exercice 3 : 8 points*

*Exercice 4 : 11 points*

*Exercice 5 : 11 points*

*Exercice 6 : 16 points*

*Notations : 2 points*

**Total : 64 points**

*Exercice 1 (environ 11 points)*

Factoriser le plus possible chacune des expressions puis réduire les facteurs :

(a)  $3x^2 - 30x + 75$

(b)  $2x^2 - 162$

(c)  $7a^2b^2c^3 - 28a^3b^2c^2 + 28a^4b^2c$

(d)  $x^2 - 24x + 63$

(e)  $(a+b) \cdot (x-y) - (a-b)(y-x)$

*Exercice 2 (environ 5 points)*

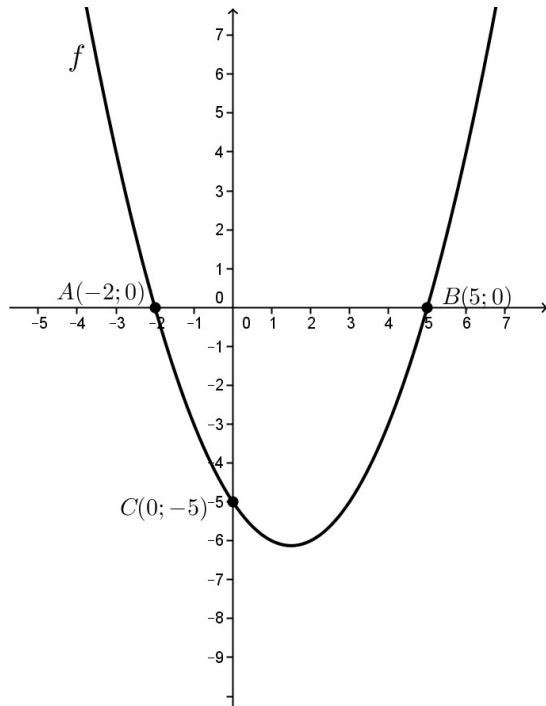
On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 6x^2 - 11x - 35$ .

(a) Déterminer l'ensemble  $Z_f$  de ses zéros.

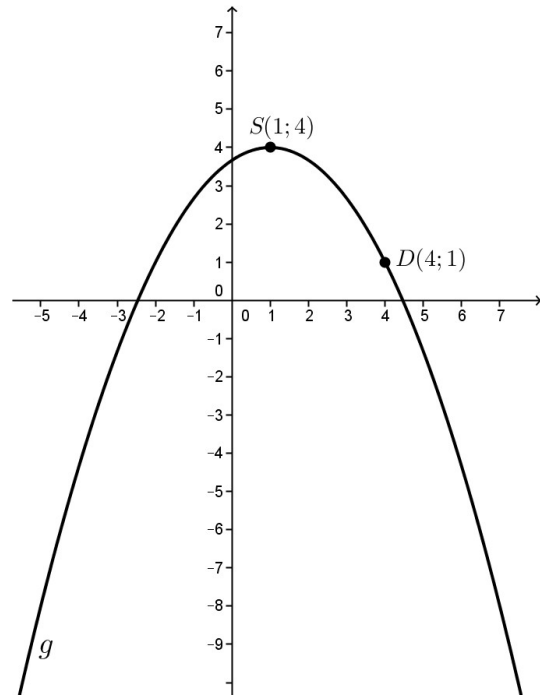
(b) Donner sa forme factorisée.

*Exercice 3 (environ 8 points)*

On donne ci-dessous des représentations graphiques de deux fonctions  $f$  et  $g$  de degré 2.  
Déterminer l'expression algébrique de chaque fonction (une des trois formes - développée, canonique ou factorisée – suffit.)



La courbe représentative de  $f$  contient les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .



Le point  $S$  est le sommet de la parabole.  
Le point  $D$  appartient à la courbe représentative de  $g$ .

## Exercice 4 (environ 11 points)

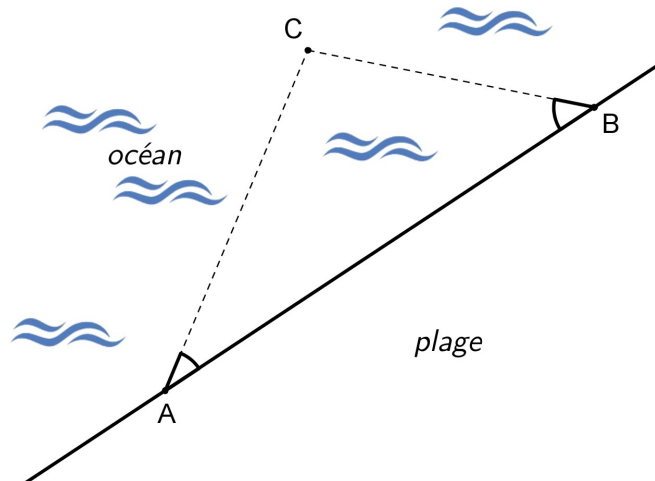
Au large d'une plage bien rectiligne, se trouve une petite île. Les agents Smith et Wesson doivent déterminer à quelle distance du rivage elle se trouve.

Ils ont effectué le croquis ci-contre :

Smith s'est posté au point  $A$  et a mesuré un angle  $\widehat{CAB}$  de  $30^\circ$  entre l'île (au point  $C$ ) et le bord de la plage.

Wesson, après une marche éprouvante de 250 m dans le sable du point  $A$  jusqu'au point  $B$ , a mesuré, lui, un angle  $\widehat{CBA}$  de  $60^\circ$ .

En raison de la forte chaleur, Smith et Wesson vous délèguent les calculs suivants (les calculs détaillés suffisent comme justification) :



- (a) Déterminer l'angle  $\widehat{ACB}$ .
- (b) Déterminer les longueurs de  $\overline{AC}$  et  $\overline{BC}$  en valeurs exactes et arrondies au centième.
- (c) En déduire la distance la plus courte entre  $C$  et le bord de la plage en valeur exacte et arrondie au centième.

*Exercice 5 (environ 11 points)*

Le propriétaire d'un verger de pommiers a calculé que s'il plante 48 arbres sur son terrain, chaque arbre produit 600 pommes par année.

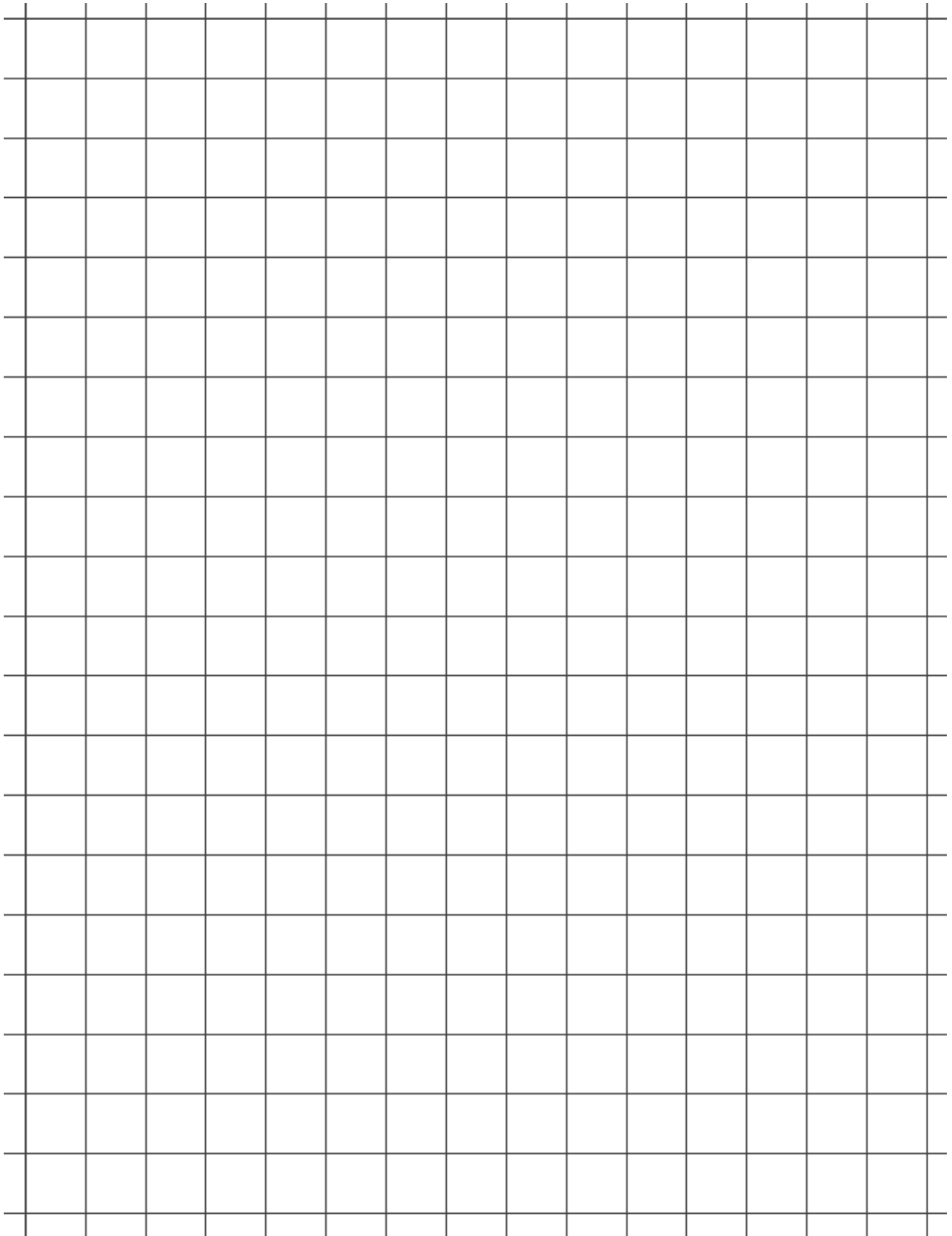
De plus, il estime que chaque fois qu'il plante un arbre supplémentaire sur son terrain, la production de chaque arbre diminue de 6 pommes.

- (a) Montrer que le nombre total de pommes récoltées par année  $R$  en fonction du nombre d'arbres supplémentaires  $x$  est :  $R(x) = -6x^2 + 312x + 28800$

- (b) Combien faut-il planter d'arbres supplémentaires pour récolter le plus de pommes possible ?

- (c) Quel est alors le nombre maximal de pommes récoltées par an ?

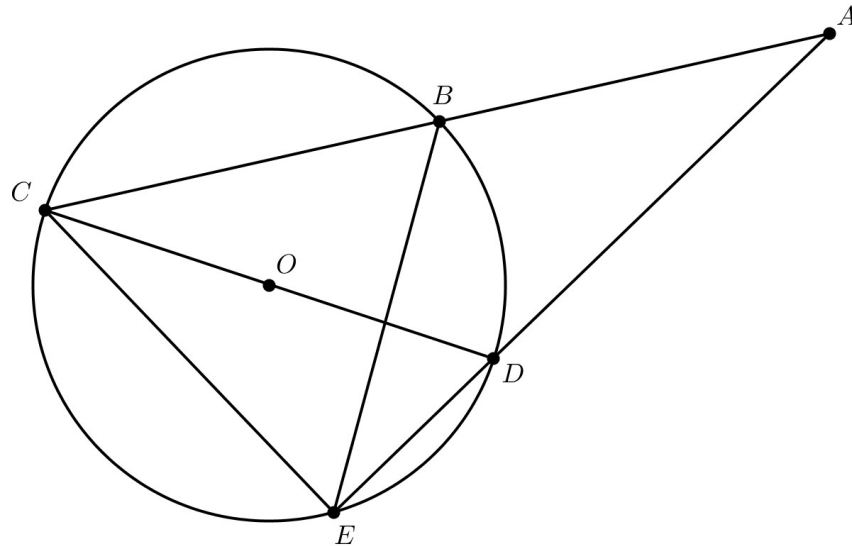
- (d) Interpréter graphiquement. On ne demande pas une représentation graphique complète de la fonction mais bien d'illustrer les réponses obtenues en (b) et (c).



*Exercice 6 (environ 16 points)*

On considère le cercle de centre  $O$  ci-dessous. Les points  $C, B, A$ , les points  $E, D, A$  et les points  $C, O, D$  sont alignés.

Données :  $\overline{AB} = 30$  ;  $\overline{AE} = 51$  ;  $\overline{AD} = 35$  ;  $\widehat{DCE} = 27.6^\circ$



Pour toutes les questions ci-dessous, justifier très précisément et donner les résultats arrondis au dixième.

(a) Démontrer que les triangles  $\triangle ABE$  et  $\triangle ADC$  sont semblables.

(b) Calculer la longueur  $\overline{AC}$ .



(c) Calculer l'angle  $\widehat{COE}$ .

(d) Démontrer que le triangle  $\triangle CEA$  est rectangle.

(e) Calculer la longueur  $\overline{CE}$ .



**Annexe : boîte à outils de géométrie****Des notions fondamentales**

- ☐ le plan, les points, les sous-ensembles de points ;
- ☐ l'appartenance, l'union et l'intersection ;
- ☐ les droites, demi-droites, segments, surfaces,
- ☐ distance entre deux points, longueur, aire, mesure d'un angle.

**Des définitions**

- ☐ angle, angle plein [Déf « $\alpha$  plein»], angle plat [Déf « $\alpha$  plat»], angle droit [Déf « $\alpha$  droit»]
- ☐ angles complémentaires [Déf « $\alpha$  compl»], supplémentaires [Déf « $\alpha$  suppl»], opposés [Déf « $\alpha$  opp »], correspondants [Déf « $\alpha$  corr»], alternes-internes [Déf « $\alpha$  alt-int»]
- ☐ droites sécantes, parallèles [Déf «dr. par.»], perpendiculaires [Déf «dr. perp.»]
- ☐ triangle, côtés, sommets, côtés opposés ;
- ☐ triangle rectangle [Déf « $\Delta$  rect»], isocèle [Déf « $\Delta$  isoc»], équilatéral [Déf « $\Delta$  équi»] ;
- ☐ quadrilatère [Déf «quadrilatère»], trapèze [Déf «trapèze»], parallélogramme [Déf «parallélogramme»], rectangle [Déf «rectangle»], losange [Déf «losange»], carré [Déf «carré»] ;
- ☐ polygone (régulier), côtés, sommets
- ☐ côtés correspondants [Déf «côtés corr »], triangles semblables [Déf « $\Delta$  sembl »]
- ☐ cercle (centre, rayon), disque, secteur, longueur d'arc, angle au centre, angle inscrit

**Des notations**

- ☐ angle :  $\widehat{ABC}$  ou  $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon, \dots$
- ☐ triangle :  $\Delta ABC$  et les notations usuelles dans le triangle
- ☐ triangles semblables :  $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

**Un axiome**

- ☐ relation entre angles correspondants et parallélisme des droites qui les portent [Ax « $\alpha$  corr»]

**Des théorèmes démontrés**

- ☐ sur les angles opposés [Thm « $\alpha$  opp»]
- ☐ relation entre angles alternes-internes et parallélisme des droites qui les portent [Thm « $\alpha$  alt-int»]
- ☐ somme angles d'un triangle [Thm « $\Sigma \alpha = 180^\circ$ »]
- ☐ théorème de Thalès [Thm «Thales»] et sa contraposée [Thm «contr-Thales»]
- ☐ théorème de Pythagore [Thm «Pyth»] et sa contraposée [Thm «contr-Pyth»]
- ☐ théorème de la hauteur [Thm «hauteur»]
- ☐ théorème de Euclide [«Thm «Euclide»]
- ☐ théorème tangente au cercle [Thm «tg cercle»]
- ☐ théorème cercle de Thalès [Thm «cercle Thales»]
- ☐ théorème angles au centre et inscrit [Thm « $\alpha$  centre/inscrit»]
- ☐ théorème angles inscrits [Thm « $\alpha$  inscrits»]

**Des théorèmes non démontrés**

- ☐ aires des quadrilatères [thm «aires»]
- ☐ les côtés opposés d'un parallélogramme sont de longueurs égales [thm «parallélogr.»]
- ☐ angles dans un triangle isocèle [thm « $\Delta$  isoc»]
- ☐ angles dans un triangle équilatéral [thm « $\Delta$  équi»]
- ☐ réciproque du thm de Thalès [thm «récipr-Thales»] et sa contraposée [thm «contr-récipr-Thales»]
- ☐ réciproque du thm de Pythagore [thm «récipr-Pyth»] et sa contraposée [thm «contr-récipr-Pyth»]
- ☐ relation mesure d'angle, longueur d'arc, aire du secteur dans un disque [thm «rel.  $\alpha$ /arc/sect»]