Travail de mathématiques n°3	
Date : 14 mars 2016 Durée : 90' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 1Ma1DF02 Matériel autorisé o Calculatrice personnelle non programmable et non graphique Remarques o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »! o Indiquez vos initiales en haut de chaque page	**Nom**: .... **Prénom**: .... **Groupe**: .... Notations (une coche par faute) : Fautes : → .... / 2 Français (une coche par faute) [bonus] : Fautes : → .... / 2 Total des points des exercices : .... / 86 Total des points de l'épreuve : .... / 88 Note : / 6

Début du travail

[/5]

Exercice 1

Déterminer l'équation de la droite passant par les points $(1;12)$ et $(-1;-9)$

pente $= \frac{12-(-9)}{1-(-1)} = \frac{21}{2}$ d'où éq. de d : $y = \frac{21}{2}x + b$ /2

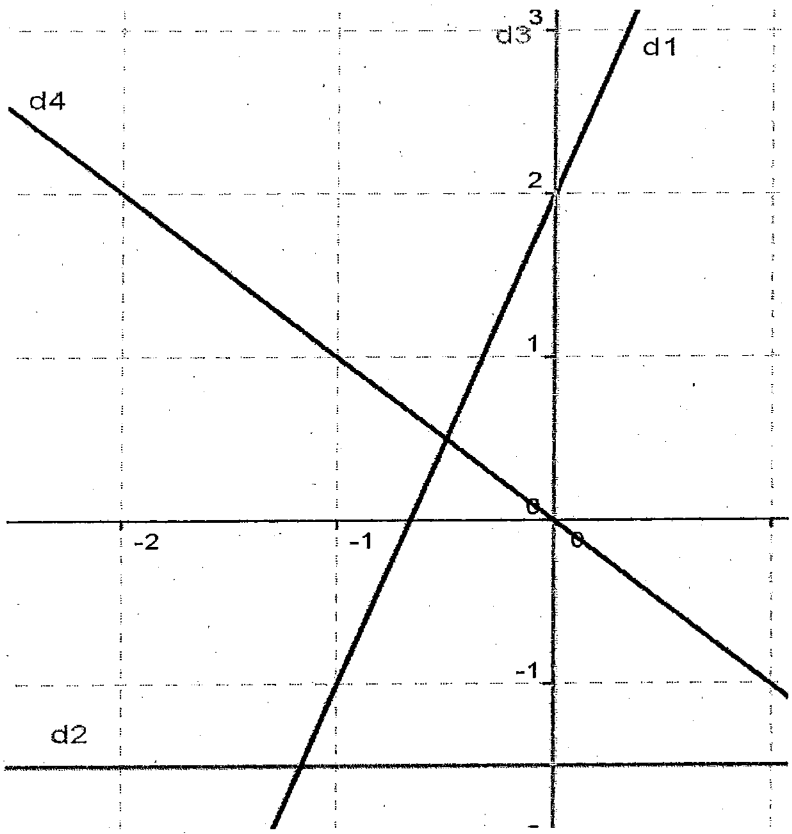
$(1;12) \in d \Leftrightarrow 12 = \frac{21}{2} \cdot 1 + b$

$\Leftrightarrow b = 12 - \frac{21}{2} = \frac{24-21}{2} = \frac{3}{2}$ /2

[éq. de d : $y = \frac{21}{2}x + \frac{3}{2}$] /1

Exercice 2 (environ 15 points)

On considère les droites ci-dessous :



(a) Vrai ou faux ? Cocher la bonne réponse :

i d1 représente :

- une fonction : vrai ☑ faux ☐
- une fonction de degré 1 : vrai ☑ faux ☐
- une fonction affine : vrai ☑ faux ☐
- une fonction linéaire : vrai ☐ faux ☑
- une droite de pente 3 : vrai ☑ faux ☐

ii d3 représente :

- une fonction : vrai ☐ faux ☑
- une fonction de degré 0 : vrai ☐ faux ☑
- une fonction linéaire : vrai ☐ faux ☑
- une droite de pente 0 : vrai ☐ faux ☑

iii d4 représente :

- une fonction : vrai ☑ faux ☐
- une fonction de degré 1 : vrai ☑ faux ☐
- une fonction affine : vrai ☑ faux ☐
- une fonction linéaire : vrai ☑ faux ☐
- une droite de pente -1 : vrai ☑ faux ☐

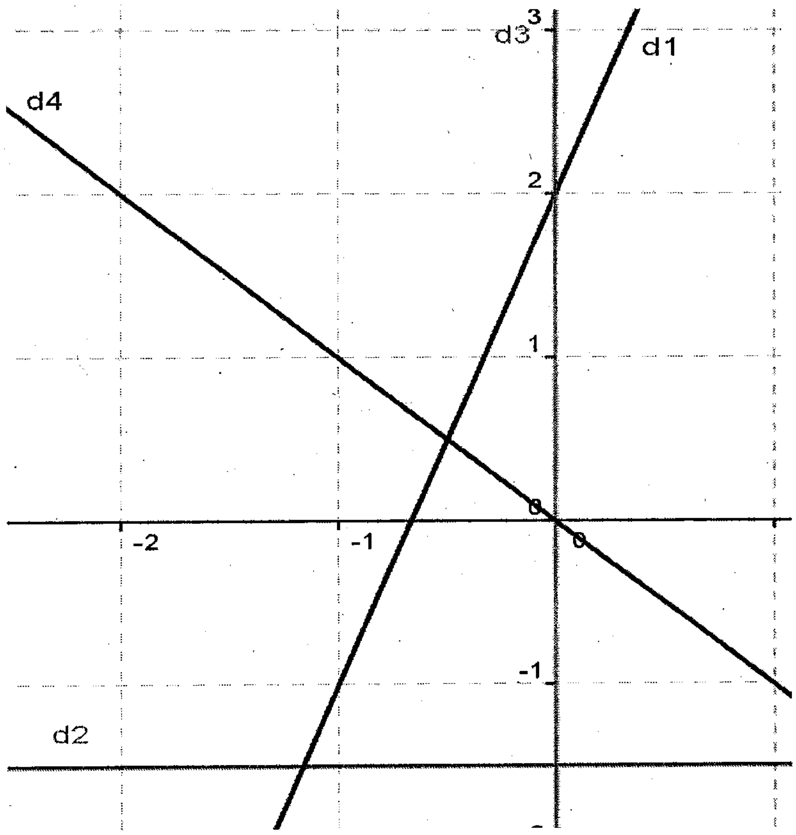
iv d2 représente :

- une fonction : vrai ☑ faux ☐
- une fonction de degré 1 : vrai ☐ faux ☑
- une fonction linéaire : vrai ☐ faux ☑
- une droite de pente 0 : vrai ☑ faux ☐

Exercice 2

On considère les droites ci-dessous :

[/15]



(a) Vrai ou faux ? Cocher la bonne réponse :

0,5 pt / rép.
↳ /9

i d4 représente :

	vrai	faux
une fonction :	☑	☐
une fonction de degré 1 :	☑	☐
une fonction affine :	☑	☐
une fonction linéaire :	☑	☐
une droite de pente -1 :	☑	☐

ii d2 représente :

	vrai	faux
une fonction :	☑	☐
une fonction de degré 1 :	☐	☑
une fonction linéaire :	☐	☑
une droite de pente 0 :	☑	☐

iii d1 représente :

	vrai	faux
une fonction :	☑	☐
une fonction de degré 1 :	☑	☐
une fonction affine :	☑	☐
une fonction linéaire :	☐	☑
une droite de pente 3 :	☑	☐

iv d3 représente :

	vrai	faux
une fonction :	☐	☑
une fonction de degré 0 :	☐	☑
une fonction linéaire :	☐	☑
une droite de pente 0 :	☐	☑

(b) Déterminer graphiquement les équations de ces quatre droites :

/6

$d_1 : y = 3x+2$ /2

$d_2 : y = -1,5$ /1

$d_3 : x = 0$ /1

$d_4 : y = -x$ /2

Exercice 3

Développer et réduire le plus possible :

[/3] $-(2xy^2-3x^2y)^2 = -(4x^2y^4-12x^3y^3+9x^4y^2)$

$= -4x^2y^4+12x^3y^3-9x^4y^2$

Exercice 4

Factoriser le plus possible les expressions suivantes :

[/7]

(a) $(9x+12)^2-(9x+12)(11x-8) = (9x+12)\cdot[(9x+12)-(11x-8)]$

$= (9x+12)[-2x+20]$

$= 3(3x+4)\cdot(-2)\cdot(x-10)$

$= -6(3x+4)(x-10)$ /4

(b) $-2x^5-6x^4+20x^3 = -2x^3(x^2+3x-10)$

$= -2x^3(x+5)(x-2)$ /3

/10

Exercice 5

Soit x une variable réelle. On considère l'expression suivante : $x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$

(a) L'expression $x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse]

(b) $x^2(x-1)(x+1)$ et $(x-1)^2x^3$ sont les ...termes...... de l'expression [compléter]

(c) L'expression $(x-1)^2x^3$ est une somme / un produit [entourer la bonne réponse]

(d) $(x-1)^2$ et x^3 sont les ...facteurs...... de l'expression $(x-1)^2x^3$ [compléter] /4

(e) Développer le plus possible et réduire au maximum l'écriture :

$$\begin{aligned} x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3 &= x^2\cdot(x^2-1)+(x^2-2x+1)x^3 \\ &= x^4-x^2+x^5-2x^4+x^3 \\ &= x^5-x^4+x^3-x^2 \end{aligned}$$

/3

(a) Factoriser le plus possible et réduire au maximum l'écriture :

$$\begin{aligned} x^2(x-1)(x+1)+(x-1)^2x^3 &= x^2(x-1)\cdot[(x+1)+(x-1)\cdot x] \\ &= x^2(x-1)[x+1+x^2-x] \\ &= x^2(x-1)(x^2+1) \end{aligned}$$

/3

Exercice 6

/8

(a) Ecrire sous forme canonique :

$$x^2-3x+6 = \left[x^2-3x+\frac{9}{4}\right]-\frac{9}{4}+6$$
$$= \left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+6$$
$$= \left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+\frac{24}{4}$$
$$= \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$$

/4

(b) Utiliser la forme canonique trouvée en (a) pour résoudre $x^2-3x+6=0$

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{15}{4}=0 \iff \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{15}{4}$$

impossible

$S=\emptyset$

/2

(c) Utiliser la formule de Viète pour résoudre directement $x^2-3x+6=0$

$$\Delta=(-3)^2-4\cdot1\cdot6=9-24=-15$$

$S=\emptyset$

/2

Exercice 7

(b) Factoriser le plus possible $-6x^2+x+2$

$$\Delta=1^2-4(-6)\cdot2=25$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2(-6)} \to x_1=\frac{-1+5}{-12}=\frac{4}{-12}=-\frac{1}{3}$$

$$\to x_2=\frac{-1-5}{-12}=\frac{-6}{-12}=\frac{1}{2}$$

~~(b) Résoudre $-6x^2+x+2=0$~~

$$-6x^2+x+2=-6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$$

$$\left(=-(2x-1)(3x+1)\right)$$

Exercice 6

(a) Ecrire sous forme canonique :

$x^2 - 3x + 6 =$

(b) Utiliser la forme canonique trouvée en (a) pour résoudre $x^2 - 3x + 6 = 0$

(c) Utiliser la formule de Viète pour résoudre directement $x^2 - 3x + 6 = 0$

Exercice 7

/10

(a) Résoudre $-4x^2 + 8x + 5 = 0$

$\Delta = 8^2 - 4(-4)\cdot 5 = 64 + 80 = 144$

$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{2(-4)} = \frac{-8 \pm 12}{-8} \rightarrow x_1 = \frac{-20}{-8} = +\frac{5}{2}$

$\rightarrow x_2 = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}$

/3

$S = \{-\frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\}$

ex8

/8

Le coût de production à la pièce d'une montre de luxe en fonction du nombre x de pièces est donné par $f(x)=x^2-6x+13$ (en milliers de francs).

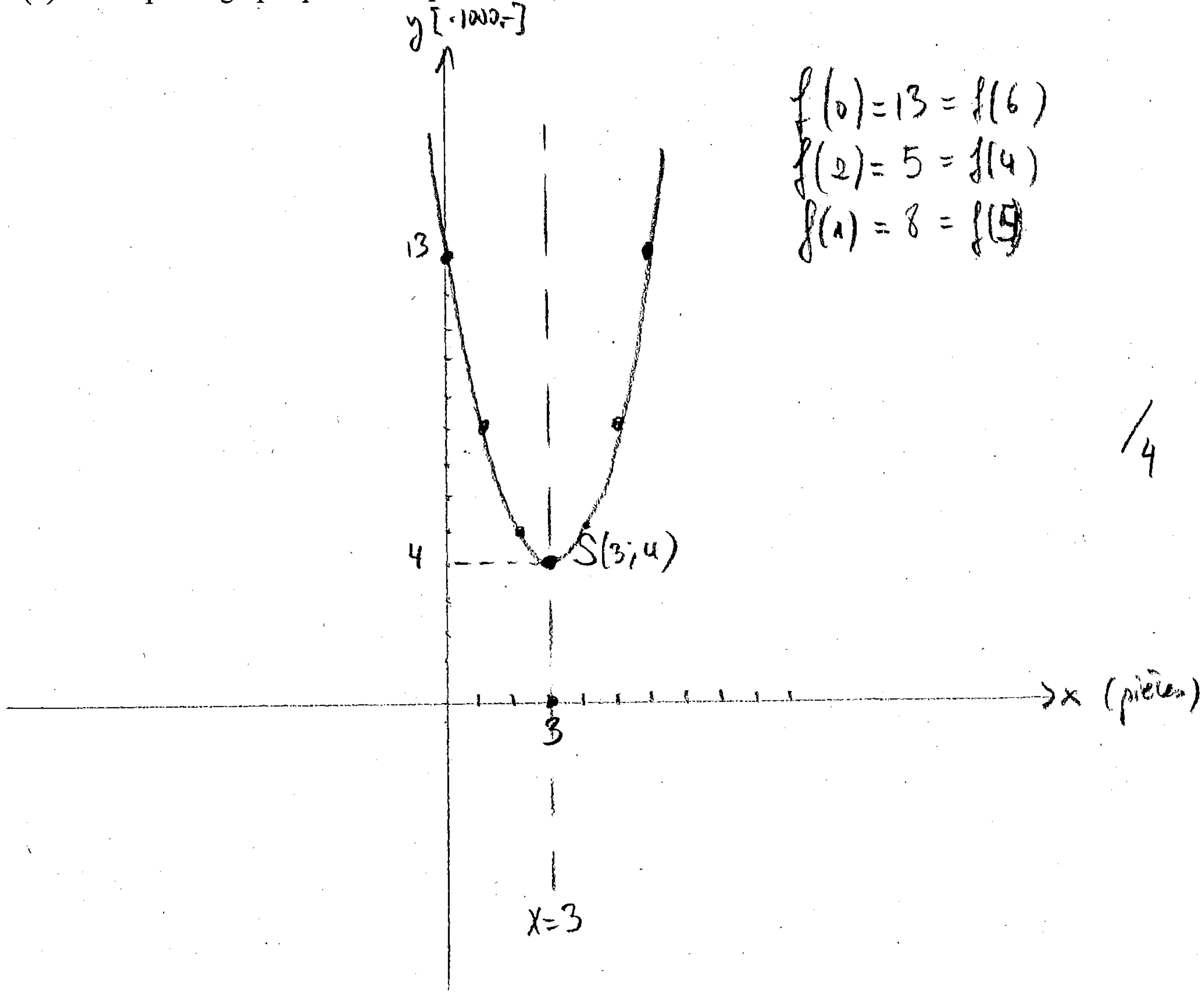
(a) Déterminer le nombre de pièces qu'il faut produire pour minimiser le coût à la pièce ainsi que ce coût minimal.

Sommet : $S=\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)=\left(\frac{6}{2}; -\frac{[36-4\cdot 13]}{4}\right)=(3;4)$

Il faut produire 3 pièces dont le coût à la pièce est alors de 4000.-

/4

(b) Interpréter graphiquement le problème (indiquer clairement où lire la réponse (a))



$f(0)=13=f(6)$
$f(2)=5=f(4)$
$f(1)=8=f(5)$

/4

(b) Factoriser le plus possible $-4x^2+8x+5$

cf (a) : $a(x-x_1)(x-x_2) = -4(x+\frac{1}{2})(x-\frac{5}{2})$

$\left[= -(2x+1)(2x-5) \right]$ /2

(c) Représenter graphiquement de façon précise la fonction f définie par $f(x)=-4x^2+8x+5$

$a=-4<0$: ∩

o.o $= f(0) = 5$

axe : $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2(-4)} = 1$

sommet : $S = (1 ; f(1)) = (1 ; 9)$

$Z_f = \{-\frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\}$ ou

forme canonique :

$f(x) = a(x-k)^2+m$

$= -4(x-1)+9$

/5