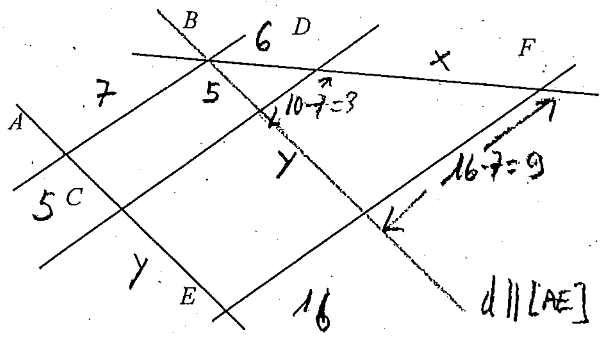
1a1 2015-16 Corrigé du travail 90' n°4

Exercice 1 (environ 7 points)

On a $[AB] \| [CD]$, $[AB] \| [EF]$ et $\overline{AB}=7, \overline{AC}=5, \overline{BD}=6$ et $\overline{EF}=16$ et $\overline{CD}=10$

Trouver $\overline{DF}, \overline{CE}$ et $\cancel{\overline{CD}}$ (les calculs détaillés suffisent)

/7



/1

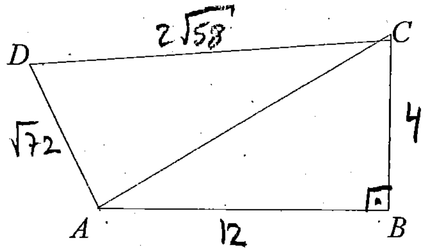
théo Thalès : $\frac{x+6}{6} = \frac{y+5}{5} = \frac{9}{3} = 3$

d'où $\frac{x+6}{6} = 3 \iff x+6 = 18 \iff x = [12 = \overline{DF}]$

$\frac{y+5}{5} = 3 \iff y+5 = 15 \iff y = [10 = \overline{CE}]$ /6

Exercice 2 (environ 8 points)

On suppose que $<ABC=90°$, $\overline{AB}=12$, $\overline{BC}=4$, $\overline{AD}=\sqrt{72}$ et $\overline{DC}=2\sqrt{58}$:



Pour les questions ci-dessous, justifier précisément :

(a) Déterminer $\overline{AC}$.

$\overline{AC}^2 = 12^2 + 4^2$ [théo Pythagore] ✓

$\iff \overline{AC}^2 = 160$

$\iff \overline{AC} = \pm\sqrt{160}$ ([cas part $x^2 = a$ du degré 2])

donc $\overline{AC} = \sqrt{160}$ ([$\overline{AC}$ est une longueur])

calculs /2

justif /2

$= \sqrt{16 \cdot 10}$

$= \sqrt{16}\sqrt{10}$ ([propriété des racines carrées])

$= 4\sqrt{10}$

(b) $\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 \overset{?}{=} \overline{DC}^2 \iff 160 + 72 \overset{?}{=} 4 \cdot 58$ ([déf $\sqrt{\ }$])

calc /2

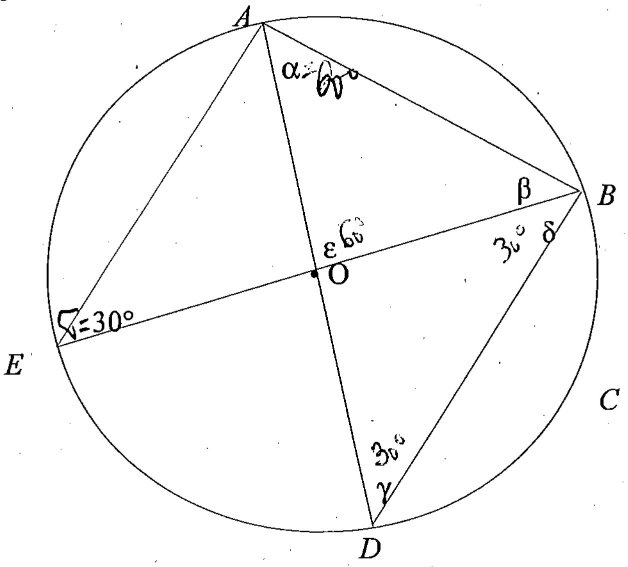
justif /2

$\iff 232 \overset{?}{=} 232$ oui

donc $<DAC = 90°$ [par théo réciproque Pythagore] ✓

Exercice 3 (environ 10 points)

Déterminer les valeurs des angles suivants (C est un cercle de centre O) en donnant des justifications précises :



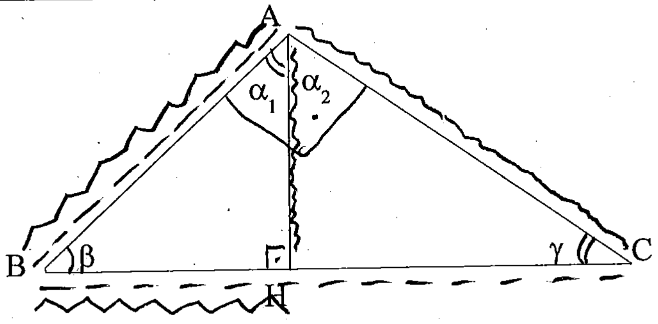
- $\gamma = \sigma = 30°$ [par thm "angles inscrits"]
- $\overline{OD} = \overline{OB}$ [par déf "rayon cercle"]
  donc $\triangle ODB$ isocèle [par déf "$\triangle$ isocèle"]
  donc $\gamma = \delta$ [par thm "$\triangle$ isocèle"]
  $= 30°$
- $\varepsilon = 2 \cdot \sigma = 60°$ [par thm "angles au centre/inscrit"]
- $\angle DBA = 90°$ [par thm "cercle de Thalès"]
  $= \delta + \beta$ [par hyp]
  $= 30 + \beta$ [substitution]
  $\Leftrightarrow \beta = 90 - 30$ [$-30°$]
  $= 60$
- $\alpha + \varepsilon + \beta = 180$ [par thm "$\Sigma \angle \triangle = 180$"]
  $\Leftrightarrow \alpha + 60 + 60 = 180$ [substitution]
  $\Leftrightarrow \alpha = 180 - 120$ [-120]
  $\Leftrightarrow \alpha = 60°$

affirmations /5
justifs /5

Rem : on peut utiliser d'autres arguments !

Exercice 4 (environ 11 points)

On considère le triangle suivant :



et voici le théorème d'Euclide :

HYP Si ΔABC est rectangle en A et si d_{AH} est perpendiculaire à $[BC]$ alors $\overline{BA}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$ CONCL

(a) Identifier clairement hypothèse(s) et conclusion(s) en les entourant dans l'énoncé ci-dessus. /1

(b) On donne ci-dessous une démonstration de ce théorème. Pour chaque [..........], compléter, et donner pour chaque CAR [.....] le(s) argument(s) manquant(s) :

Démonstration::

- $<BHA = <AHC = 90°$, CAR [...déf. "perpendiculaire"...(1)...]
- <CAB=90°, CAR [...par hypothèse...(1)...]
- Comparons ΔBHA et ΔABC :
  - $<BHA = <CAB = 90°$
  - β est commun aux deux triangles
  - ces deux triangles ont deux angles en commun, donc le troisième également , CAR [...thm "$\Sigma\angle\Delta = 180$"...(1)...] c'est-à-dire que l'angle [..α_1] est égal à l'angle [..γ...] (1)

  ces deux triangles sont donc [...semblables...]. (1)

- [BA] correspond à [..[BC]....] car opposés aux angles $<BHA = <CAB$ (1)

  [BH] correspond à [..[AB]....] car opposés aux angles [..α_1]=[..γ..] (1)

  [HA] correspond à [..[AC].....] car opposés aux angles [..β..] (1)

- donc : $\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$, CAR [...thm "Thalès"...(1)...]

  $\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{BA}}$, d'où $\overline{BA}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$, CAR [.....$\cdot \overline{BA}$ et $\cdot \overline{BC}$...(1)..]

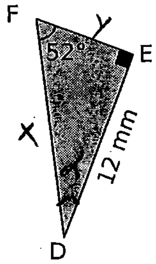
CAR /5

[...] /5

Exercice 5 (environ 11 points)

Les calculs détaillés suffisent. Réponses arrondies au millième.

(a) Calculer la valeur de l'angle et celles des 2 côtés inconnus :

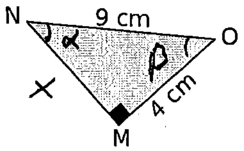


$\alpha = 180 - 90 - 52 = 38°$ /1

$\sin(52) = \dfrac{12}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{12}{\sin(52)} \cong 15,228$ mm /2

$\tan(52) = \dfrac{12}{y} \Leftrightarrow y = \dfrac{12}{\tan(52)} \cong 9,375$ mm /2

(b) Calculer les valeurs des angles et du côté inconnus :



$x^2 + 4^2 = 9^2 \Leftrightarrow x^2 = 81 - 16 = 65$ /1

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{65}$ et $l > 0$ $x \cong 8,062$ cm

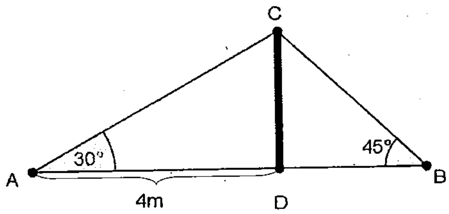
$\sin(\alpha) = \dfrac{4}{9} \Leftrightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{4}{9}\right) \cong 26,388°$ /2

$\beta = 180 - 90 - \alpha \cong 63,612°$ /1

unités /1
arrondis /1

Exercice 6 (environ 10 points)

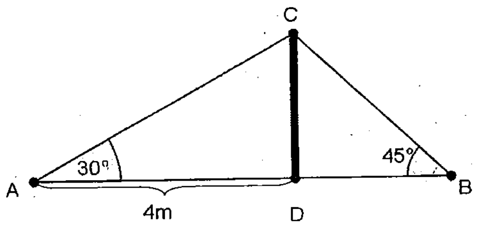
Un poteau $[CD]$ est fixé au sol de deux cotés par deux câbles $[AC]$ et $[BC]$ selon le schéma ci-dessous ([CD] est perpendiculaire à [AB]) :



Calculer la longueur totale de câble nécessaire, soit $[AC]+[BC]$

Exercice 6 (environ 10 points)

Un poteau $[CD]$ est fixé au sol de deux cotés par deux câbles $[AC]$ et $[BC]$ selon le schéma ci-dessous ([CD] est perpendiculaire à [AB]) :



Calculer la longueur totale de câble nécessaire, soit $[AC]+[BC]$ [les calculs suffisent]

$\cos(30) = \frac{4}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{4}{\cos(30)} = \frac{4}{\sqrt{3}/2} = \frac{8}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \cong 4,619$ m /3

$CD^2 = AC^2 - AD^2 = \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 4^2 = \frac{64 \cdot \cancel{3}}{\cancel{9}3} - 16 = \frac{64-48}{3} = \frac{16}{3}$ /3

$CD = \pm\sqrt{\frac{16}{3}} = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \pm\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$CD = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cong 2,309$ m

$\sin(45) = \frac{CD}{BC} \Leftrightarrow BC = \frac{CD}{\sin(45)} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{8}4\sqrt{3}\sqrt{2}}{\cancel{6}3}$ /3

$= \frac{4\sqrt{6}}{3} \cong 3,266$ m

donc $[AC]+[BC] = \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{6}}{3} \cong 7,885$ m /1

Exercice 7 *(Facultatif : max environ 6 points)*

(a) Expliquer pourquoi les égyptiens ont eu besoin de mesurer chaque année des surfaces

Car il fallait mesurer les champs après chaque crue du Nil /2

(b) Quand Thalès est-il né (à 75 ans près) /1

(c) Quelle est le nom de la région berceau de nombreux éléments de notre civilisation qui contient l'Irak actuel ? /1

La Mésopotamie

(d) Qu'est-ce que le disciple de Pythagore Hypase a-t-il découvert qui – selon la légende – l'a conduit à sa perte ? Pourquoi l'a-t-on fait taire ? /2

L'irrationalité de $\sqrt{2}$

Car cela remettait en cause le dogme du "gourou" de la "secte" des Pythagoriciens.