Travail de mathématiques n°1

<table>
<tr>
<td>
Date : 28 septembre 2015
Durée : 90'
Enseignant : Jean-Marie Delley
Cours : 1Ma1DF02
Matériel autorisé
o Calculatrice personnelle non programmable et non graphique
Remarques
o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; il est important de justifier les réponses et de donner tous les détails des calculs.
o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!
o Indiquez vos initiales en haut de chaque page
</td>
<td>
Nom: ....
Prénom: ....
Groupe: ....
Notations (une coche par faute) :
Fautes : → .... / 2
Français (une coche par faute) [bonus] :
Fautes : → .... / 2
Total des points des exercices : …..... / 66
Total des points de l'épreuve : …..... / 68
Note : / 6
</td>
</tr>
</table>

Début du travail

Exercice 1 (environ 14 points)

(a) Simplifier le plus possible :

$$-3-(-3-(-3-(-4)))=$$

(b) Calculer $2^{3^2} =$

(c) Donner le reste et le quotient de la division euclidienne de 2984364 par 47513 :

(d) Le cours du dollar est de 1,0197 chf pour 1$. Combien faut-il de francs suisses pour acheter 6000$?

(e) directement avec la calculatrice :

i. calculer en donnant un résultat arrondi au millième :
$$\frac{-9807518-(-24)^3-12547}{3\cdot(-1254784-44587)}=$$

ii. écrire comme fraction irréductible la fraction suivante, à la main, en décomposant en facteurs premiers :

$$\frac{884}{2548}=$$

iii. vérifier le calcul précédent avec la calculatrice et indiquer ici la séquence de touches utilisées :

Exercice 2 (environ 31 points)

(a) Calculer en donnant le résultat sous forme irréductible (rappel : on doit voir le détail des calculs) :

i. $\frac{-(-2)^3}{-(-2)\cdot(-1)^2}=$

ii. $\frac{7}{210}+\frac{4}{66}=$

iii. $\frac{49}{64}\cdot\frac{32}{25}\cdot\frac{125}{7}=$

iv. $$\frac{\left(\frac{14^{25}}{11}\right)^{10}}{\frac{2^{249}49^{125}}{11^{11}}}=$$

(b) Ecrire $\frac{18}{7}$ sous forme de nombre décimal :

(c) Ecrire sous forme de fraction irréductible : $x = 56,84\overline{2}$

(d) Ecrire comme puissance de 10 : « Cent mille milliards de mille millions » :

(e) Transformer en écriture scientifique : $0,00000008978 =$

(f) Simplifier au maximum

i. $\left(\sqrt{18}\right)^3 =$

ii. Simplifier au maximum $\dfrac{\sqrt{1000}}{\sqrt{640}} =$

(g) Transformer pour obtenir une expression sans racine au « dénominateur » et simplifier au maximum :

i. $\dfrac{-5}{\sqrt{50}}$

ii. $\dfrac{-1}{\sqrt{6}+\sqrt{7}}$

Exercice 3 (environ 9 points)

(a) Réduire le plus possible :
$-(-5x-4y-(x-y))-5y-(3x-(2y-3x)+(-x+y)-2y)+3x$

(b) Simplifier le plus possible et de sorte qu'il n'y ait aucun exposant négatif dans la réponse($a, b \in \mathbb{R}^*$) :
$$\frac{(b^4)^{-3}\cdot(a^{-4}\cdot b^{-2})^{-5}}{(b^3\cdot b^2)^{-1}\cdot(b^5)^3}\cdot a^8 =$$

Exercice 4 (environ 5 points)

Compléter par le bon terme :

(a) -4589 est un entier …..........................

(b) -458,9 est un nombre …..........................

(c) …................. de -34 est 34

(d) Le …...................... de deux entiers est le résultat de leur multiplication.

(e) Dans 10^5, 10 s'appelle …..................... et 5 est …..........................

Exercice 5 (environ 7 points)

(a) Donner la définition de la racine carrée d'un nombre réel x positif ou nul :

(b) Compléter les [………………] ci-dessous :
Soit *a* et *b* deux nombres réels et *n* un entier naturel non nul, alors on a :
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
Démonstration :

$$(a \cdot b)^n = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \ldots \cdot (a \cdot b)}_{n \text{ fois}}, car [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$$

$$= \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n \text{ fois}} \cdot [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$$

$$= (a^{\ldots\ldots}) \cdot [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots], car [\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots]$$

(c) Facultatif (max environ + 4 points): proposer une démonstration pour le cas ou *n* est un entier relatif négatif non nul.

Exercice 6 (**facultatif** : max environ + 10 points)

(a) Démontrer que $1+2+2^2+2^3+2^4+,,,+2^n=2^{n+1}-1$

(b) En admettant que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel, démontrer que $5\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel (