Travail de mathématiques n°4

Date : 17 mai 2017 Durée : 90' Enseignant : Jean-Marie Delley Cours : 1Ma1DF02 Matériel autorisé o Calculatrice personnelle non programmable et non graphique Remarques o Répondre directement sur l'énoncé. o Il ne suffit pas de répondre par un nombre ou par oui ou par non; <u>il est important de donner tous les détails des calculs</u>. o Si vous utilisez la calculatrice pour déterminer directement un résultat, indiquez-le par un « C »!	**Nom:** .... **Prénom:** .... **Groupe:** .... Notations (une coche par faute) : Fautes : .... / .... Français (une coche par faute) [bonus] : Fautes : .... / ....1 Total des points des exercices : ...... /... Total des points de l'épreuve : ...... /... Note : / 6

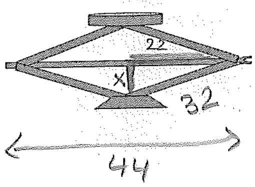
Début du travail

Exercice 1

/8

Pour cet exercice, on ne demande que le détail des calculs comme justification et d'arrondir au mm.

Le cric d'une voiture a la forme d'un losange de 32 cm de côté.
À quelle hauteur soulève-t-il la voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 44 cm ?



$x^2+22^2=32^2$

$x^2=32^2-22^2$ /2

$=540$

$x=\pm\sqrt{540}$

$=\pm 6\sqrt{15}$ donc $x=6\sqrt{15}$ donc la hauteur est de $2\cdot 6\cdot\sqrt{15}$

/2 $=12\sqrt{15}$ cm

$\simeq 46,5$ cm

/1

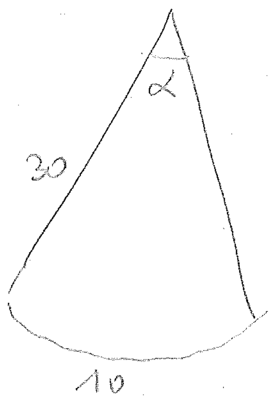
/8

Exercice 2

Pour cet exercice, on ne demande que le détail des calculs comme justification et d'arrondir au mm/mm^2.

L'extrémité d'un pendule de 30 cm de long décrit un arc de cercle de 10 cm de longueur.

(a) Quel est l'angle décrit au cours d'une oscillation du pendule ?



$$\frac{L}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{2\pi \cdot 30} = \frac{\alpha}{360}$$ /2

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{360}{6\pi} = \frac{60}{\pi} \cong 19{,}1^{\circ} cm$$

/2

(b) Quelle est l'aire du secteur ainsi décrit ?

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{L}{2\pi r}$$ /2

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi \cdot 30^2} = \frac{10}{2\pi \cdot 30}$$

$$\Leftrightarrow A = \frac{\cancel{10}^{5} \cdot \cancel{\pi} \cdot 30^{\cancel{2}}}{\cancel{2}\cancel{\pi}\cancel{30}} = 15\text{cm}^2$$ /2

/4

Exercice 3

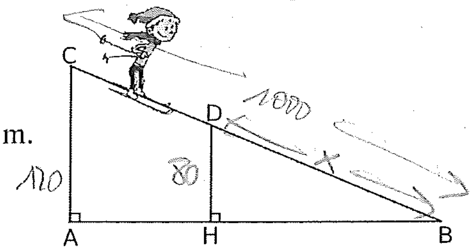
Pour cet exercice, on ne demande que le détail des calculs comme justification et d'arrondir au dm.

Un skieur descend tout schuss une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1000 m. A son point de départ *C*, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur $\overline{AC}$, est de 120 m.

Après une chute, il est arrêté au point *D* sur la piste.

Le dénivelé, donné par la longueur $\overline{DH}$, est alors de 80 m.

Calculer la longueur $\overline{DB}$ qu'il lui reste à parcourir.



Thm Thalès :

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{HB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DH}}{\overline{AC}}$$

$$\frac{x}{1000} = \frac{80}{120}$$

/2

$$x = \frac{80 \cdot 1000}{120} \cong 666,7 \text{ m}$$

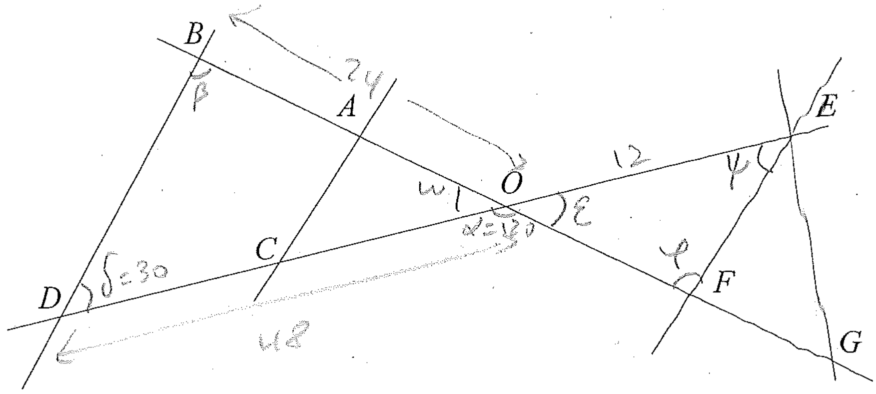
/2

C: /10
J: /8
J+: /4

Exercice 4

Donner au minimum les arguments principaux, au mieux toutes les justifications (en se basant sur l'annexe).

On considère la situation suivante, dans laquelle on a : B, A, O, F, G et D, C, O, E sont alignés, d_{BD} est parallèle à d_{EF}, $\widehat{FOC} \overset{\text{not}}{=} \alpha = 120°$, $\widehat{BDO} \overset{\text{not}}{=} \delta = 30°$, $\overline{BO} = 24$, $\overline{DO} = 48$ et $\overline{OE} = 12$:



(a) Calculer les angles $\widehat{COA} \overset{\text{not}}{=} \omega$ et $\widehat{OBD} \overset{\text{not}}{=} \beta$ et en déduire la nature du triangle ΔOBD .

ω et α suppl [def suppl.]
donc ω+α = 180
ω = 180 − α ([−α])
= 180−120 ([substitution])
= 60

β+δ+ω = 180 [thm Σ∢Δ=180]
β+30+60 = 180 ([substitution])
β+90 = 180 ([réduite])
β = 180−90 ([−90])
β = 90

donc ΔOBD rectangle en B [def Δrect]

C: /2
J: /2
J+: /2

(b) Calculer $\overline{BD}$ en donnant une réponse exacte simplifiée au maximum.

ΔOBD rectangle en B [(a)]
donc $\overline{BD}^2 + \overline{BO}^2 = \overline{DO}^2$ [thm Pyth]
⇔ $\overline{BD}^2 + 24^2 = 48^2$ ([substitution])
⇔ $\overline{BD}^2 = 48^2 - 24^2$ [−24²]
= 1728
= $24\sqrt{3}$

C: /2
J: /1
J+ /1

(c) Calculer les angles $\widehat{EOF} \overset{\text{not}}{=} \epsilon$, $\widehat{OFE} \overset{\text{not}}{=} \varphi$ et $\widehat{FEO} \overset{\text{not}}{=} \psi$

• ξ et ω sont opposés [déf α opp]
$\Rightarrow \xi = \omega$ [thm α opp]
$= 60$ ([subst])
• δ et ψ alt-int [déf α alt-int]
$d_{BD} \parallel d_{EF}$ ([hyp])
$\Rightarrow \delta = \psi$ [thm α alt-int]
$= 30$ ([subst])
idem pour $\varphi = \beta = 90$

C: /3
J: /4
J⁺: /2

(d) Calculer $\overline{EF}$ et $\overline{OF}$ en donnant une réponse exacte simplifiée au maximum. Ici, on ne demande que la justification des éléments théoriques mais pas de justification des calculs numériques.

$\triangle OBD$ et $\triangle EOF$ semblables ([déf $\triangle \sim$])

donc $\dfrac{\overline{OE}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{OF}}{\overline{OB}}$ [thm Thalès]

donc $\dfrac{12}{48} = \dfrac{\overline{EF}}{24\sqrt{3}} = \dfrac{\overline{OF}}{24}$

$\overline{EF} = \dfrac{24\sqrt{3} \cdot 12}{48} = 6\sqrt{3}$

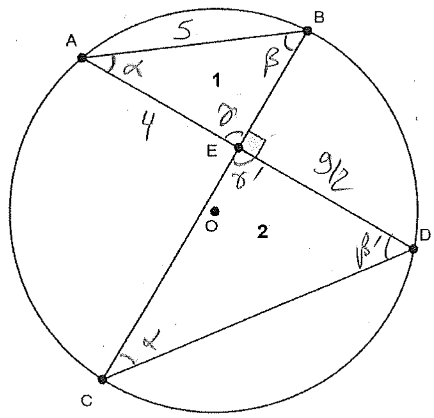
$\overline{OF} = \dfrac{12 \cdot 24}{48} = 6$

C: /3
J: /1
J⁺: /1

C : /6
J : /4
J⁺ : /5

Exercice 5

Pour cet exercice, on ne demande au minimum les arguments principaux, au mieux toutes les justifications (en se basant sur l'annexe).



Dans le schéma ci-contre, O est le centre du cercle, A, E, D et B, E, C sont alignés et $\widehat{BED} = 90°$.

(a) Démontrer que les triangles ΔBAE et ΔECD sont semblables.

- $\alpha = \alpha'$ [thm ∠ inscrits]
$\beta = \beta'$ ["]
γ et γ' opposés [déf ∠ opp]
$\Rightarrow \gamma = \gamma'$ [thm ∠ opp]

(remarque : on peut aussi utiliser le thm "Σ∠Δ=180")

donc $\Delta BAE \sim \Delta ECD$ [déf Δ∼]

J : /4

J⁺ : /1

(b) On a : $\overline{AB} = 5$, $\overline{AE} = 4$ et $\overline{ED} = \dfrac{9}{2}$. Déterminer les longueurs des trois autres cotés des triangles ΔBAE et ΔECD en donnant toutes les justifications nécessaires.

(A) γ et $\widehat{BED}$ suppl [déf ∠ suppl]
$\gamma + \widehat{BED} = 180$
$\gamma + 90 = 180$ [substitution]
$\gamma = 180 - 90$ [−90]
$= 90$
donc ΔBED rectangle [déf Δ rect]
donc $\overline{BE}^2 + \overline{AE}^2 = \overline{AB}^2$ [thm Pyth]
$\overline{BE}^2 + 4^2 = 5^2$ [subst.]
$\overline{BE}^2 = 5^2 - 4^2$ [−4²]
$= 9$ [réduire]
$\overline{BE} = 3$ [BE longueur]

C : /3
J : /2
J⁺ : /2

(B) $\Delta BAE \sim \Delta ECD$ (c.f. (a))
donc $\dfrac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{EC}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{ED}}{\overline{BE}}$ [thm Thalès]
$\Leftrightarrow \dfrac{\overline{DC}}{5} = \dfrac{\overline{EC}}{4} = \dfrac{9/2}{\overline{BE}}$ [substi]
$\Leftrightarrow \dfrac{\overline{DC}}{5} = \underbrace{\dfrac{\overline{EC}}{4} = \dfrac{9/2}{3}}$ [subst]
$\overline{EC} = \dfrac{4 \cdot 9/2}{3}$ [·4]
$= 6$ [réduire]
$\overline{DC} = \dfrac{\overline{EC} \cdot 5}{4}$ [·5]
$= \dfrac{6 \cdot 5}{4}$ [subst]
$= 7{,}5$ [réduire]

C : /3
J : /1
J⁺ : /2