

Outils de base de la géométrie euclidienne

Etape 1 :

Notions fondamentales	plan, points, (sous)-ensembles de points, appartenance, union, intersection
	droite, demi-droite, segment, surface
Définitions	angle, Déf « α plein», Déf « α plat», Déf « α droit»
	Déf « α compl», Déf « α suppl», Déf « α opp», Déf « α corr», Déf « α alt-int»
	distance entre deux points, longueur, aire, mesure d'un angle
	droites sécantes, parallèles (Déf «dr. par.»), perpendiculaires (Déf «dr. perp.»)

5 axiomes initiaux	<i>Ax1 : un segment de droite peut être tracé en joignant deux points quelconques distincts</i>
	<i>Ax2 : tous les angles droits sont de mesure égale</i>
	<i>Ax3 : un segment de droite peut être prolongé indéfiniment en une (ligne) droite</i>
	<i>Ax4 : étant donné un segment de droite quelconque, un cercle peut être tracé en prenant ce segment comme rayon et l'une de ses extrémités comme centre</i>
	<i>Ax5 : par un point extérieur à une droite, on peut mener une et une seule parallèle à cette droite</i>

Axiome	Ax « α corr»
---------------	---------------------



Outils de base de la géométrie euclidienne

Théorème « α opp»

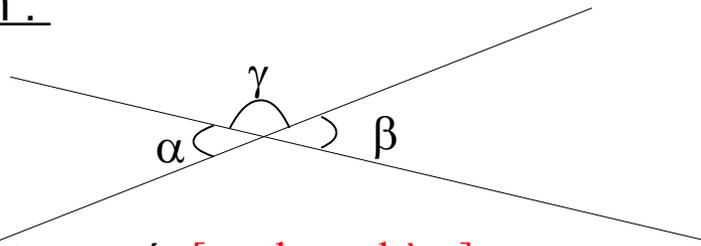
Si α et β sont deux angles opposés, alors $\alpha = \beta$

implication

hypothèse

conclusion

Démonstration :



- α et β sont opposés [par hypothèse]
- on ajoute γ [idée !]
- α et γ sont supplémentaires et $\alpha + \gamma = 180$ [par Déf « α suppl »]
donc $\gamma = 180 - \alpha$ [on soustrait α]
- β et γ sont supplémentaires et $\beta + \gamma = 180$ [par Déf « α suppl »]
et $\gamma = 180 - \beta$ [on soustrait β]
- donc $180 - \alpha = 180 - \beta$ [les deux sont égaux à γ]
et ainsi $-\alpha = -\beta$ [on soustrait 180]
puis $\alpha = \beta$ [on multiplie par -1]

Outils de base de la géométrie euclidienne

Théorème « α alt-int»

Si α et β sont deux angles alternes-internes, alors on a : $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \alpha = \beta$ équivalence

On reformule :

Théorème « α alt-int»

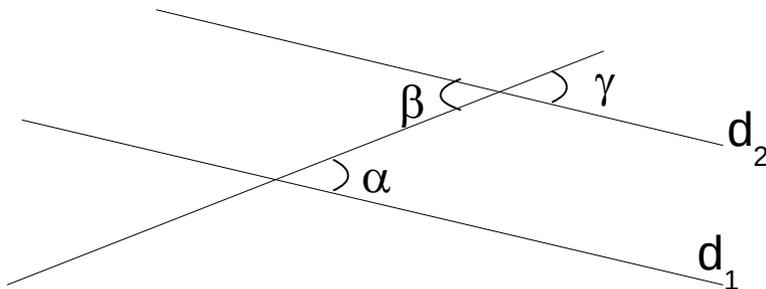
I) Si α et β sont deux angles alternes-internes et $d_1 \parallel d_2$, alors on a : $\alpha = \beta$ 1^{re} implication

II) Si α et β sont deux angles alternes-internes et $\alpha = \beta$, alors on a : $d_1 \parallel d_2$ 2^e implication

hypothèse

conclusion

Démonstration de I) :



- α et β sont alternes-internes et $d_1 \parallel d_2$ [par hypothèse]
- on ajoute γ [idée !]
- donc $\alpha = \gamma$ [par Ax « α corr »]
- β et γ sont opposés [par Déf « α opp »]
- donc $\beta = \gamma$ [par Thm « α opp »]
- donc $\alpha = \beta$ [les deux sont égaux à γ]

Outils de base de la géométrie euclidienne

Théorème « α alt-int»

Si α et β sont deux angles alternes-internes, alors on a : $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \alpha = \beta$

équivalence

On reformule :

Théorème « α alt-int»

I) Si α et β sont deux angles alternes-internes et $d_1 \parallel d_2$, alors on a : $\alpha = \beta$

1^{re} implication

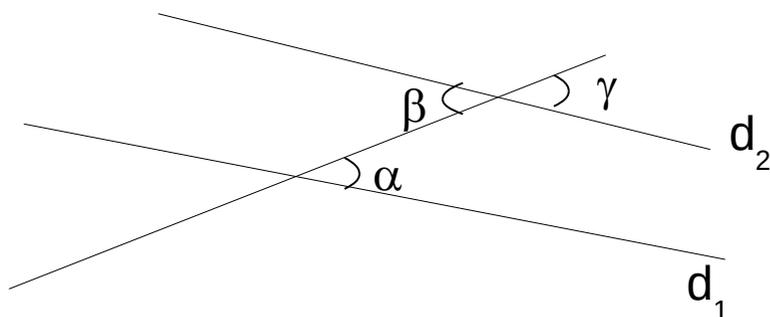
II) Si α et β sont deux angles alternes-internes et $\alpha = \beta$, alors on a : $d_1 \parallel d_2$

2^e implication

hypothèse

conclusion

Démonstration de II) :



- α et β sont alternes-internes et $\alpha = \beta$ [par hypothèse]
- on ajoute γ [idée !]
- β et γ sont opposés [par Déf « α opp »]
- donc $\beta = \gamma$ [par Thm « α opp »]
- donc $\alpha = \gamma$ [les deux sont égaux à β]
- donc $d_1 \parallel d_2$ [par Ax « α corr »]

Outils de base de la géométrie euclidienne

Etape 1 :

Notions fondamentales	plan, points, (sous)-ensembles de points, appartenance, union, intersection
	droite, demi-droite, segment, surface
Définitions	angle, Déf « α plein», Déf « α plat», Déf « α plat»
	Déf « α compl», Déf « α suppl», Déf « α opp», Déf « α corr», Déf « α alt-int»
	distance entre deux points, longueur, aire, mesure d'un angle
	droites sécantes, parallèles (Déf «dr. par.»), perpendiculaires (Déf «dr. perp.»)
5 axiomes initiaux	$Ax1 - Ax2 - Ax3 - Ax4 - Ax5 : \dots$
Axiome	Ax « α corr»
Théorèmes	Thm « α opp» «Thm α alt-int»

▼
...