Exercice 1 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

(a) 1 et 5 sont correspondants [déf « α corr »]

(b) 3 et 5 sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

(c) 1 et 4 supplémentaires [déf « α suppl»]

(d) 4 et 6 sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

(e) 3 et 7 sont correspondants [déf « α corr »]

Exercice 2 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

▫ $\widehat{HFG}$ et $\widehat{FGT}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

$\widehat{SFT}$ et $\widehat{FTG}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

• d_{EF} et d_{HG} sont parallèles [hyp]

$\widehat{EFH}$ et $\widehat{FHG}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

donc $\widehat{EFH} = \widehat{FHG}$ [thm « α alt-int»]

• d_{EH} et d_{FG} sont parallèles [hyp]

$\widehat{EHF}$ et $\widehat{HFG}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

donc $\widehat{EHF} = \widehat{HFG}$ [thm « α alt-int»]

• $\widehat{EFH}$ et $\widehat{ETG}$ sont correspondants [déf « α corr »]

$\widehat{HFG}$ et $\widehat{FST}$ sont correspondants [déf « α corr »]

Exercice 3 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

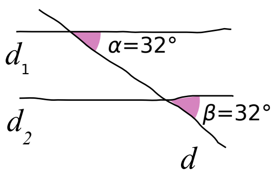


Figure 1

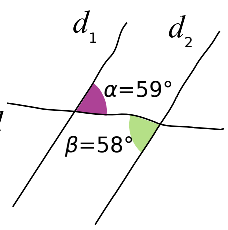


Figure 2

Figure 1

▫ α et β sont correspondants [déf « α corr »]

▫ α = β [hyp]

donc d_1 et d_2 sont parallèles [ax « α corr »]

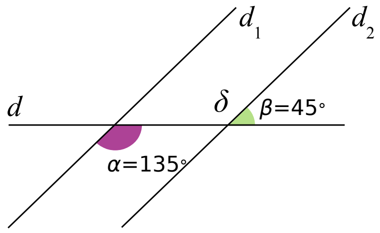
Figure 2

▫ α et β sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ α ≠ β [hyp]

donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles [thm « α alt-int»]

Exercice 4 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



(a) δ et β sont supplémentaires et δ + β = 180° [déf « α suppl»]

donc δ = 180° − β° [− β]

= 180° − 45 [substitution (ou hypothèse)]

= 135°

(b)

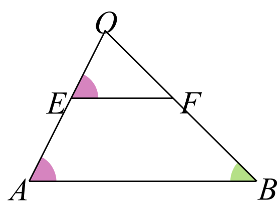
▫ δ et α sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ δ = α [par hyp et par (a)]

donc d_1 et d_2 sont parallèles [thm « α alt-int»]

Exercice 5 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

Sur la figure ci-dessous, les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont égaux à 58°.



(a)

▫ $\widehat{BAE}$ et $\widehat{FEO}$ sont correspondants [déf « α corr »]

▫ $\widehat{BAE} = \widehat{FEO}$ [hyp]

donc d_{AB} et d_{EF} sont parallèles [ax « α corr »]

(b)

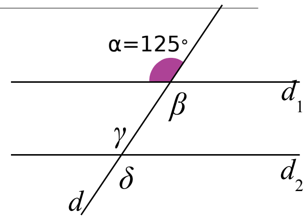
▫ $\widehat{FBA}$ et $\widehat{OFE}$ sont correspondants [déf « α corr »]

▫ d_{AB} et d_{EF} sont parallèles [cf (a)]

donc $\widehat{FBA} = \widehat{OFE}$ [ax « α corr »]

▫ $\widehat{FBA}$ =45° [hyp]

donc $\widehat{OFE}$ =45° [substitution]



Exercice 6 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]
Sur la figure ci-contre, les droites d_1 et d_2 sont parallèles. L'angle α mesure 125°.

(a)

▫ α et β sont opposés [déf « α opp»]

donc $\alpha = \beta$ [thm « α opp»]

▫ $\alpha = 125°$ [hyp]

donc $\beta = 125°$ [substitution]

(b)

▫ α et γ sont correspondants [déf « α corr »]

▫ d_1 et d_2 sont parallèles [hyp]

donc $\alpha = \gamma$ [ax « α corr »]

c'est-à-dire $\gamma = 125°$ [substitution]

▫ δ et γ sont opposés [déf « α opp»]

donc $\delta = \gamma$ [thm « α opp»]

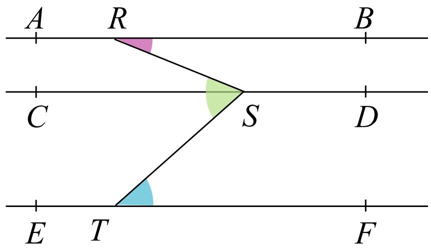
c'est-à-dire $\delta = 125°$ [substitution]

remarque : pour ce dernier argument, on pourrait aussi utiliser la correspondance entre δ et β

Exercice 7 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

Sur la figure ci-contre :

- les droites d_{AB}, d_{CD} et d_{EF} sont parallèles ;
- R est un point de la droite d_{AB}, S est un point de la droite d_{CD} et T est un point de la droite d_{EF} tels que $\widehat{BRS} = 20°$ et $\widehat{RST} = 57°$.



▫ $\widehat{BRS}$ et $\widehat{RSC}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ d_{AB} et d_{CD} sont parallèles [hyp]

donc $\widehat{BRS} = \widehat{RSC}$ [thm « α alt-int»]

▫ $\widehat{BRS} = 20°$ [hyp]

donc $\widehat{RSC} = 20°$ [substitution]

▫ $\widehat{CST} = \widehat{RST} - \widehat{RSC} = 57° - 20° = 37°$ [hyp et substitution]

▫ $\widehat{CST}$ et $\widehat{STF}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ d_{EF} et d_{CD} sont parallèles [hyp]

donc $\widehat{CST} = \widehat{STF}$ [thm « α alt-int»]

donc $\widehat{STF} = 37°$ [substitution]

Exercice 8 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

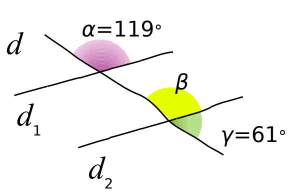
Figure de gauche

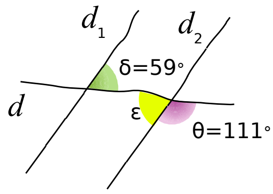
▫ γ et β sont supplémentaires et γ + β = 180° [déf « α suppl»]

donc β = 180° − γ° [− γ]

= 180° − 61° [substitution (ou hypothèse)]

= 119°





▫ α et β sont correspondants [déf « α corr»]

▫ α =119° [hyp], donc α = β

donc d_1 et d_2 sont parallèles [ax « α corr »]

Figure de droite

▫ ε et θ sont supplémentaires et ε + θ = 180° [déf « α suppl»]

donc ε = 180° − θ° [− θ]

= 180° − 111° [substitution (ou hypothèse)]

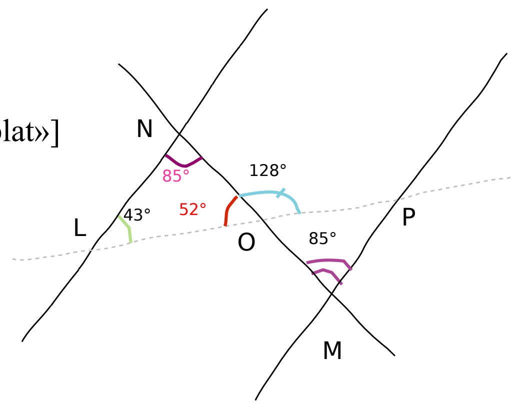
= 69°

▫ ε et δ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ δ =59° [hyp], donc $\varepsilon \neq$ θ

donc d_1 et d_2 ne sont pas parallèles [thm « α alt-int»]

Exercice 9



(a)

▫ $\widehat{LOP}$ est un angle plat, donc $\widehat{LON}$ +−128° = 180° [déf « α plat»]

donc $\widehat{LON}$ = 180° − 128° [-128°]

= 52°

▫ dans $\Delta\, LON$: $\widehat{ONL}$ + 43° + 52° = 180° [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{ONL}$ = 180° - 43° - 52° [- 43° - 52°]

= 85°

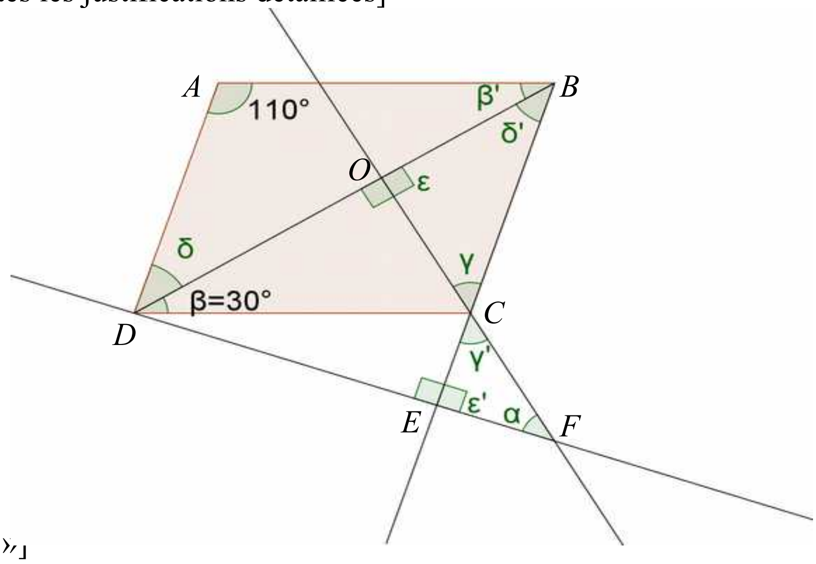
(b)

▫ $\widehat{ONL}$ et $\widehat{OMP}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int »]

▫ $\widehat{ONL}$ = $\widehat{OMP}$ =85° [hyp et (a)]

donc d_{LN} et d_{MP} sont parallèles [thm « α alt-int »]

Exercice 10 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



▫ *ABCD* est un parallélogramme [hyp]
donc $d_{AB} \| d_{CD}$ et $d_{AD} \| d_{BC}$ [déf « parallélogr »]

▫ β et β' sont alt-int [déf « α alt-int »]
▫ β = 30° [hyp]
donc β' = 30° [thm « α alt-int »]

▫ dans $\Delta\, ADB$: δ + 110 + β' = 180 [thm « ∑αΔ=180 »]
donc δ = 180 - 110° - β' [-110° - β']
= 180 - 110° - 30° [substitution]
= 40°

▫ δ et δ' sont alt-int [déf « α alt-int »]
▫ δ = 40° [voir plus haut]
donc δ = δ' = 40° [thm « α alt-int »]

▫ ε et ε' sont supplémentaires à un angle de 90° ; ε + 90° = 180° et ε' + 90° = 180° [déf « α suppl »]
donc ε = 180° - 90° et ε' = 180° - 90° [-90°]
= 90° = 90°

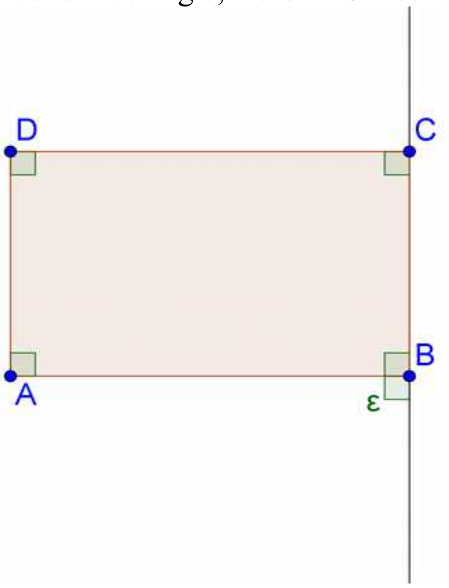
▫ dans $\Delta\, BOC$: γ + 90° + δ' = 180° [thm « ∑αΔ=180 »]
donc γ = 180° – 90° – δ' [– 90° – δ']
= 180° – 90° – 40° [substitution]
= 50°
▫ γ et γ' sont opposés [déf « α opp »]
▫ γ = 50° [voir plus haut]
donc γ = γ' = 50° [thm « α opp »]

▫ dans $\Delta\, CEF$: γ' + α + 90° = 180° [thm « ∑αΔ=180 »]
donc α = 180 - 90 – γ' [-90 – γ']
= 40°

Exercice 11 exercice à déplacer dans la section « Triangles »

Exercice 12 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]
exercice à déplacer dans la section « Triangles »

(a) Conjecture : Si *ABCD* est un rectangle, alors *ABCD* est un parallélogramme.



Vraie,
démonstration :
▫ *ABCD* est un rectangle [hyp]
donc *ABCD* a 4 angles droits : $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCD}$, $\widehat{CDA}$ et $\widehat{DAB}$ [déf « rectangle »]

▫ ε et $\widehat{ABC}$ sont supplémentaires et ε + $\widehat{ABC}$ = 180° [déf « α suppl »]
donc ε = 180° - $\widehat{ABC}$ [- $\widehat{ABC}$]
= 180 – 90 [substitution]
= 90°

▫ ε et $\widehat{BCD}$ sont correspondants [déf « α corr»]
▫ $\widehat{BCD}$ = 90° et ε =90° [voir plus haut]

donc d_{CD} et d_{AB} sont parallèles [ax « α corr»]

De même on peut voir que $d_{AD} \| d_{BC}$

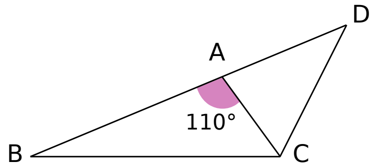
ABCD a donc 4 côtes et deux paires de côtés parallèles, c'est donc un parallélogramme [déf « parallélogr »]

(b) Si *ABCD* est un carré, alors *ABCD* est un rectangle.

Vraie, démonstration :
▫ *ABCD* est un carré [hyp]
▫ *ABCD* a 4 côtés égaux et 4 angles de 90° [déf « carré »]

donc *ABCD* est un rectangle [déf « rectangle »]

Exercice 13 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



La figure ci-dessus est telle que :

- *B, A* et *D* sont des points alignés ;
- $\widehat{CAB} + \widehat{ACD} = 180°$ et $\widehat{CAB} = 110°$.

(a)

▫ *B, A* et *D* sont des points alignés [hyp]

donc $\widehat{CAB}$ et $\widehat{DAC}$ sont supplémentaires et $\widehat{CAB} + \widehat{DAC} = 180°$ [déf « α suppl»]

▫ $\widehat{CAB} = 110°$ [hyp]

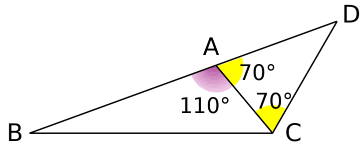
donc $110° + \widehat{DAC} = 180°$ [substitution]

$\widehat{DAC} = 70°$ [-70°]

▫ Par ailleurs, $\widehat{CAB} + \widehat{ACD} = 180°$ [hyp]

▫ $\widehat{CAB} = 110°$ [hyp]

donc $\widehat{ACD} = 70°$ [-70°]



(b) $\Delta\, ACD$ possède deux angles de même mesure [cf (a)]

donc $\Delta\, ACD$ est un triangle isocèle [thm «Δ isoc»]

(c)

▫ Dans $\Delta\, ACD$: $70°+70° + \widehat{CDA} = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{CDA} = 40°$ [-140°]

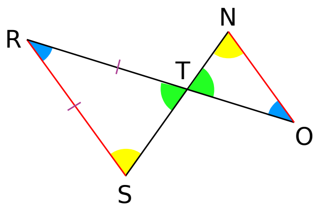
▫ $\widehat{BCA} = 50°$ [hyp]

▫ $\widehat{CDA} = 40°$ [voir plus haut]

donc $\widehat{BCA} + \widehat{CDA} = 50°+40°$ [substitution]

$= 90°$

Exercice 14 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



- Les couples d'angles ci-dessus en jaune et en bleu sont alternes-internes [déf « α alt-int»]
- les droites d_{RS} et d_{RNO} sont parallèles [hyp]

donc les angles jaunes sont de même mesure et les angles bleus aussi [thm « α alt-int»]

- les angles verts sont opposés par le sommet [déf « α opp»]

donc et sont donc aussi de même mesure [thm « α opp»]

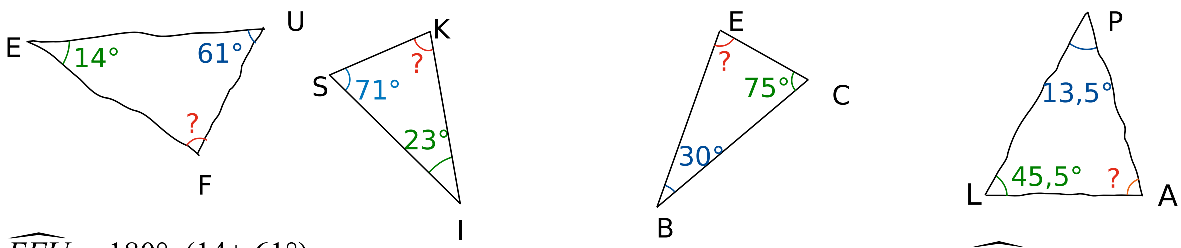
- $\Delta\, RST$ est isocèle en R [hyp]

donc les angles jaunes et verts sont de même mesure [thm «Δ isoc»]

- $\widehat{NTO} = \widehat{ONT}$ [voir plus haut]

donc $\Delta\, TON$ est isocèle (en O) [déf «Δ isoc»]

Exercice 15 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]
On utilise le « ∑αΔ=180 » :



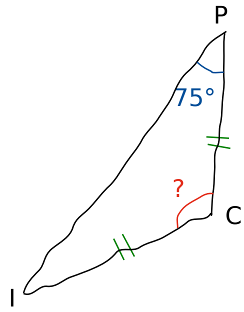
$\widehat{EFU} = 180° – (14 + 61°)$
$\widehat{EFU} = 180° – 75° = 105°$

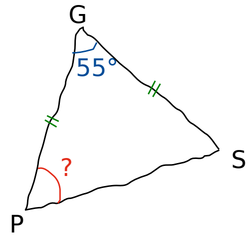
$\widehat{IKS} = 180° – (71° + 23°)$
$\widehat{IKS} = 180° – 94° = 86°$

$\widehat{CEB} = 180° – (30° + 75°)$
$\widehat{CEB} = 180° – 105° = 75°$

$\widehat{LAP} = 180° – (13{,}5° + 45{,}5°)$
$\widehat{LAP} = 180° – 59° = 121°$

Exercice 16 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]





- $\overline{IC}=\overline{CP}$ [hyp]

  donc ΔPIC est isocèle en C [déf «Δ isoc»]

  donc $\widehat{PIC}=\widehat{CPI}$ [thm «Δ isoc»]
- $\widehat{CPI}=75°$ [hyp]

donc $\widehat{PIC}=75°$ [comparaison]

- dans ΔPIC : $\widehat{PIC}+\widehat{ICP}+\widehat{CPI}=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

  donc 75°+ $\widehat{ICP}$ +75°=180° [substitution]

  donc $\widehat{ICP}=30°$ [-150°]

- $\overline{GS}=\overline{GP}$ [hyp]

  donc ΔGPS est isocèle en G [déf «Δ isoc»]

  donc $\widehat{GPS}=\widehat{PSG}$ [thm «Δ isoc»]

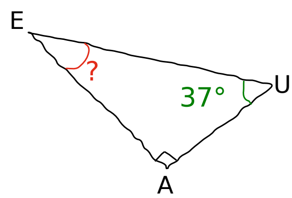
- dans ΔGPS : $\widehat{GPS}+\widehat{PSG}+\widehat{SGP}=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

•

- $\widehat{SGP}=55°$ [hyp]
- $\widehat{GPS}=\widehat{PSG}$ [voir plus haut

donc $\widehat{GPS}+\widehat{GPS}$ +55°=180° [substitution]

donc $\widehat{GPS}$ =62,5° [-55° et /2]



- $\widehat{EAU}=90°$ et $\widehat{AUE}=37°$ [hyp]
- dans ΔEAU : $\widehat{EAU}+\widehat{AUE}+\widehat{UEA}=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

  donc 90°+37°+ $\widehat{UEA}$ =180° [substitution]

  donc $\widehat{UEA}=53°$ [-127°]

Exercice 17 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

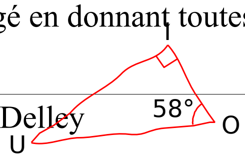
(a) Dans ΔPIF : $\widehat{PIF}+44°+40°=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{PIF}=96°$ [-84°]

(b) Dans ΔCOL : $\widehat{COL}+5{,}5°+160{,}5°=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{COL}=14°$ [-166°]

Exercice 18 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

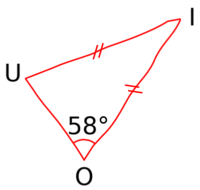


(a)

- $\Delta\, OIU$ rectangle [hyp]
- $\widehat{IOU} = 58°$ [hyp]
- dans $\Delta\, OIU$: $\widehat{OIU} + \widehat{IUO} + \widehat{UOI} = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

  donc 90°+ $\widehat{IUO}$ +58°=180° [substitution]

  donc $\widehat{IUO} = 32°$ [-148°]

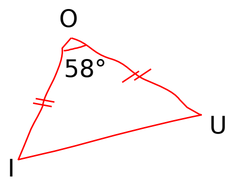


(b)

- $\Delta\, OIU$ est isocèle en I [hyp]

  donc $\widehat{IUO} = \widehat{UOI}$ [thm «Δ isoc»]
- $\widehat{IOU} = 58°$ [hyp]

  donc $\widehat{IUO} = 58°$ [substitution]



(c)

- $\Delta\, OIU$ est isocèle en O [hyp]

  donc $\widehat{IUO} = \widehat{OUI}$ [thm «Δ isoc»]
- $\widehat{UOI}$ =58° [hyp]
- dans $\Delta\, OIU$: $\widehat{OIU} + \widehat{IUO} + \widehat{UOI} = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc 2 $\widehat{IUO}$ +58°=180° [substitution]

donc $\widehat{IUO}$ =61° [-58° et /2]

Exercice 19 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

(a)

- $\widehat{CAB}$ =28° et $\widehat{ABC}$ =124° [hyp]
- dans $\Delta\, ABC$: $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc 28°+124°+ $\widehat{BCA}$ =180° [substitution]

donc $\widehat{BCA}$ =28° [- 152°]

donc $\Delta\, ABC$ est isocèle (en B) [thm «Δ isoc»]

(b)

- $\widehat{CAB} = 37°$ et $\widehat{ABC} = 53°$ [hyp]
- dans $\Delta\, ABC$: $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

donc 37°+ 53°+ $\widehat{BCA}$ =180° [substitution]

donc $\widehat{BCA}$ =90° [-90°]

donc $\Delta\, ABC$ est rectangle (en C) [déf «Δ rect»]

(c)

▫ $\overline{BA}=\overline{BC}$ [hyp]

donc $\Delta\, ABC$ est isocèle (en B) [déf «Δ isoc»]

donc $\widehat{CAB} = \widehat{BCA}$ [thm «Δ isoc»]

▫ $\widehat{BCA} = 60°$ [hyp]

donc $\widehat{CAB}$ =60° [substitution]

▫ dans $\Delta\, ABC$: $\widehat{CAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCA}$ =180° [thm « ∑αΔ=180 »]

donc 60°+ $\widehat{ABC}$ +60°=180° [substitution]

donc $\widehat{ABC}$ =60° [-120°]

donc $\Delta\, ABC$ est équilatéral [thm «Δ équil»]

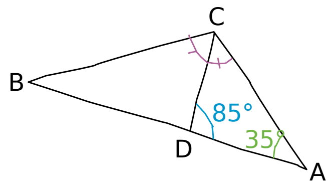
Exercice 20

▫ $\widehat{CDA}$ =85° et $\widehat{DAC}$ =35° [hyp]

▫ dans $\Delta\, ACD$: $\widehat{ACD} + \widehat{CDA} + \widehat{DAC}$ =180° [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{ACD}$ +85°+35° =180° [substitution]

donc $\widehat{ACD}$ =60° [-120°]



▫ $\widehat{DCB} = \widehat{ACD}$ [hyp]

donc $\widehat{DCB}$ =60° [substitution]

▫ Les points A, D et B sont alignés [hyp]

donc les angles $\widehat{BDC}$ et $\widehat{ADC}$ sont supplémentaires et $\widehat{BDC}$ +85° = 180° [déf « α suppl»]

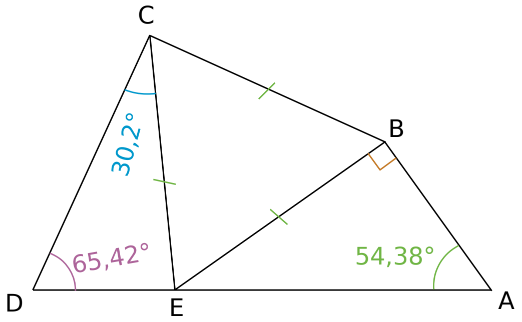
donc $\widehat{BDC}$ =95° [-85°]

▫ dans $\Delta\, BDC$: $\widehat{CBD} + \widehat{BDC} + \widehat{DCB}$ =180° [thm « ∑αΔ=180 »]

donc $\widehat{CBD}$ +95°+60°=180° [substitution]

donc $\widehat{CBD}$ = 25° [-155°]

Exercice 21 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



▫ dans ΔDEC : $\widehat{DEC}$ +65,42°+ 30,2°= 180° [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

donc $\widehat{DEC}$ = 84,38° [-65,42°- 30,2°]

▫ $\overline{BC}=\overline{CE}=\overline{EB}$ [hyp]

donc ΔBEC est équilatéral [déf «Δ équil»]

donc $\widehat{CEB}$ = 60° [thm «Δ équil»]

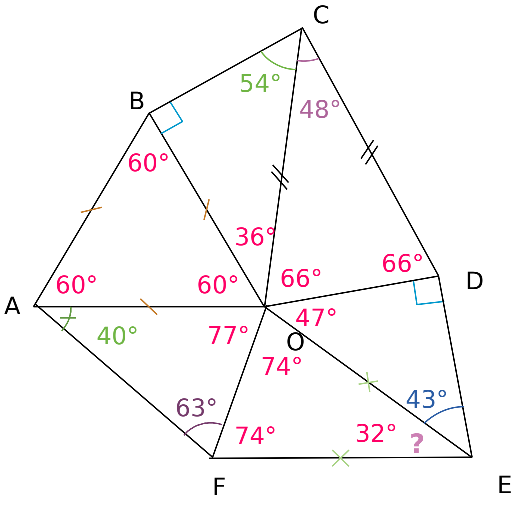
▫ dans ΔBEA : $\widehat{BEA}$ +90° + 54,38° = 180° [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

donc $\widehat{BEA}$ = 35,62° [-90° - 54,38°]

▫ on a : $\widehat{DEA}$ = $\widehat{DEC}$ + $\widehat{CEB}$ + $\widehat{BEA}$
= 84,38°+ 60°+ 35,62° [substitution]
= 180°

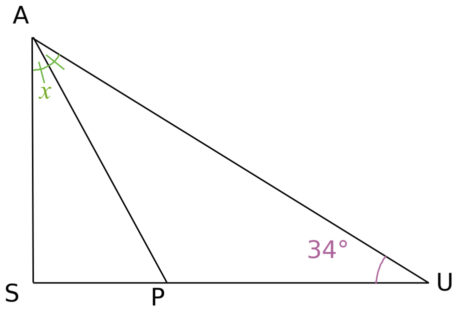
Finalement, Aline a raison, les points *D, E* et *A* sont alignés car l'angle $\widehat{DEA}$ est plat.

Exercice 22 [sans justifications]



$\widehat{OEF}$ = 32° *(voir figure).*

Exercice 23 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



(a) dans ΔUAS : $\widehat{ASU}$ +34°+2x = 180° [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

donc $\widehat{ASU}$ = 146° - 2x [-34° - 2x]

(b)

▫ dans ΔAPU : $\widehat{APU}$ +34°+x = 180° [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

▫ $\widehat{ASP}$ = $\widehat{ASU}$ = 146° - 2x [cf (a)]

▫ dans ΔASP : $\widehat{ASP}$ + $\widehat{SPA}$ +x = 180° [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

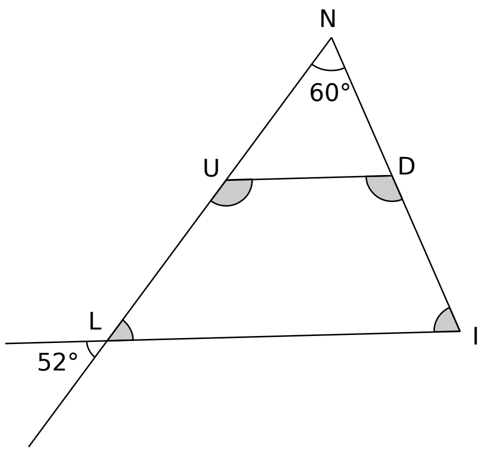
donc (146° - 2x) + $\widehat{SPA}$ +x = 180° [substitution]

donc 146° - x + $\widehat{SPA}$ = 180° [réduction]

donc $\widehat{SPA}$ =34 + x [- 146° + x]

L'angle $\widehat{SPA}$ mesure bien 34° de plus que l'angle $\widehat{PAS}$.

Exercice 24



▫ $\widehat{ULI}$ et 52° sont opposés [déf « α opp»]

donc $\widehat{ULI}$ = 52° [thm « α opp»]

▫ $\widehat{NUD}$ et $\widehat{ULI}$ sont correspondants [déf « α corr»]

▫ d_{UD} et d_{LI} sont parallèles [hyp]

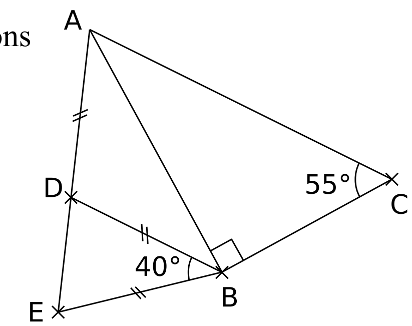
donc $\widehat{NUD}$ = $\widehat{ULI}$ [ax « α corr»]

▫ $\widehat{ULI}$ = 52° [voir plus haut]

donc $\widehat{NUD}$ = 52° [substitution]

- $\widehat{DUL}$ et $\widehat{NUD}$ sont supplémentaires et $\widehat{DUL} + \widehat{NUD} = 180°$ [déf « α suppl»]
  $\widehat{DUL} + 52° = 180°$ [substitution]
  $\widehat{DUL} = 128°$ [-52°]
- dans ΔNUD : $\widehat{UDN} + 60° + 52° = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]
  $\widehat{UDN} = 68°$ [-112°]
- $\widehat{IDU}$ et $\widehat{UDN}$ sont supplémentaires et $\widehat{IDU} + \widehat{UDN} = 180°$ [déf « α suppl»]
  $\widehat{IDU} + 68° = 180°$ [substitution]
  $\widehat{IDU} = 112°$ [-68°]
- $\widehat{LIN}$ et $\widehat{UDN}$ sont correspondants [déf « α corr»]
- d_{UD} et d_{LI} sont parallèles [hyp]
- donc $\widehat{LIN} = \widehat{UDN}$ [ax « α corr»]
  $= 68°$ [substitution]

Exercice 25 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



- Les points A, D et E sont alignés [hyp]

- $\overline{DB} = \overline{EB}$ [hyp]

donc ΔBDE est isocèle en B [déf «Δ isoc»]

donc $\widehat{BDE} = \widehat{DEB}$ [thm «Δ isoc»]

- dans ΔBDE : $\widehat{BDE} + \widehat{DEB} + 40° = 180°$ [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]
  $\widehat{BDE} + \widehat{BDE} + 40° = 180°$ [substitution]
  $2\ \widehat{BDE} + 40° = 180°$ [réduction]
  $\widehat{BDE} = 70°$ [-40° et /2]
- $\widehat{BDE}$ et $\widehat{ADB}$ sont supplémentaires et $\widehat{BDE} + \widehat{ADB} = 180°$ [déf « α suppl»]
  $70° + \widehat{ADB} = 180°$ [substitution]
  $\widehat{ADB} = 110°$ [-70°]
- $\overline{DB} = \overline{DA}$ [hyp]

donc ΔBAD est isocèle en D [déf «Δ isoc»]

donc $\widehat{DBA} = \widehat{BAD}$ [thm «Δ isoc»]

▫ dans ΔBAD : $\widehat{DBA}+\widehat{BAD}+\widehat{ADB}=180°$ [thm « ∑αΔ=180 »]

$\widehat{DBA}+\widehat{DBA}+110°=180°$ [substitution]

$2\ \widehat{DBA}+110°=180°$ [réduction]

$\widehat{DBA}=35°$ [-110° et /2]

▫ ΔABC est rectangle en B [hyp]

▫ dans ΔABC : $\widehat{CAB}+90°+55°=180°$ [thm « ∑αΔ=180 » et hyp]

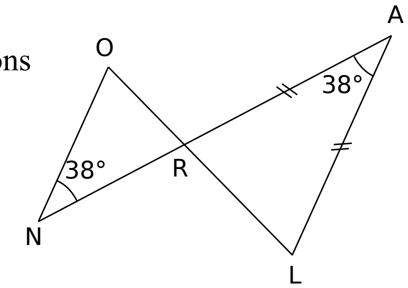
$\widehat{CAB}=35°$ [-125°]

▫ on a donc : $\widehat{CAB}=\widehat{BAD}=35°$

▫ $\widehat{CAB}$ t $\widehat{DAB}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

donc d_{DB} et d_{AC} sont parallèles [thm « α alt-int»]

Exercice 26 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



▫ $\widehat{ONR}$ et $\widehat{LAR}$ sont alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ $\widehat{ONR}=\widehat{LAR}$ [hyp]

donc d_{ON} et d_{AL} sont parallèles [thm « α alt-int»]

▫ les angles $\widehat{RLA}$ et $\widehat{RON}$ sont deux angles alternes-internes [déf « α alt-int»]

▫ d_{ON} et d_{AL} sont parallèles [voir plus haut]

donc $\widehat{RLA}=\widehat{RON}$ [thm « α alt-int»]

▫ $\widehat{NRO}$ et $\widehat{RLA}$ sont opposés [déf « α opp»]

donc $\widehat{ORN}=\widehat{ARL}$ [thm « α opp»]

▫ $\overline{AR}=\overline{AL}$ [hyp]

donc ΔARL est isocèle (en A) [déf «Δ isoc»]

donc $\widehat{ARL}=\widehat{RLA}$ [thm «Δ isoc»]

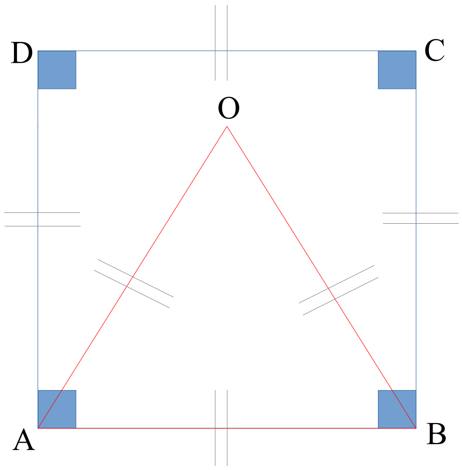
▫ or $\widehat{RLA}=\widehat{RON}$ [voir plus haut]

donc $\widehat{NRO}=\widehat{RON}$ [substitution]

▫ ΔRON a deux angles de même mesure, il est isocèle (en N) [thm «Δ isoc»]

Exercice 27 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

(a)



(b)

▫ $\Delta\, ABO$ est équilatéral [hyp]
donc les angles de $\Delta\, ABO$ sont égaux à 60° [thm «Δ équi»]
en particulier $<ABO = 60°$

▫ $ABCD$ carré [hyp]
donc $<ABC = 90°$ [déf carré]
donc $<ABO + <OBC = 90°$ [$<ABO + <OBC = <ABC$]
donc $<OBC = 90° - <ABO$ [$- <ABO$]
= 90 – 60 [substitution]
= 30°

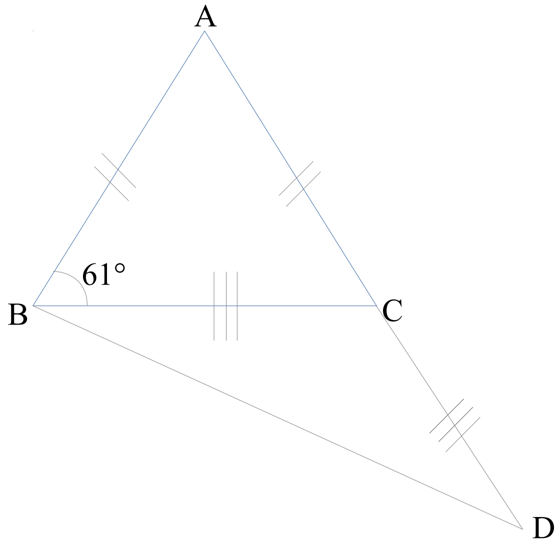
▫ $\overline{BO} = \overline{BC}$ [hyp]
donc $\Delta\, OBC$ est isocèle [déf « Δ isoc »]
donc <COB= <BCO [thm « Δ isoc »]

▫ dans $\Delta\, OBC$: <COB + <OBC + <BCO = 180° [thm « ∑αΔ=180 »]
on a : 2 <COB + 30° = 180° [substitution]
c'est-à-dire <COB = 75° [-30° puis /2]

▫ de même, on montre que <AOD = 75°

▫ <BOA + <COB + <DOC + <AOD = 360°
donc 60°+75°+<DOC+75°=360° [substitution]
donc <DOC = 360°-60°-7°5-75° [-60°-75°-75°]
= 150°

Exercice 28 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]
Remarque : on interprète l'énoncé en plaçant hors du segment [AC], sinon évident.



(a)

(b)
$\Delta\ ABC$ est isocèle [par hyp]
donc <ABC= <BCA [thm « Δ isoc »]]
Or <ABC= 61° [par hypothèse]
donc <BCA=61° [comparaison]

dans $\Delta\ ABC$: <ABC + <BCA + <CAB = 180°
[thm « ∑αΔ=180 »]
on a : 2*61 + <CAB = 180° [substitution]
c'est-à-dire < CAB = 58° [-122]

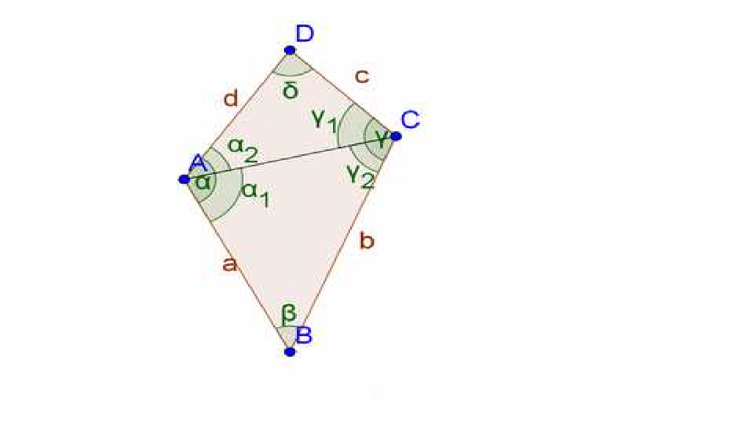
< DCB et < BCA sont supplémentaires et < DCB + < BCA = 180° [déf « α suppl»]]
d'où < DCB + 61° = 180° [substitution]
et < DCB = 119° [-61°]

$\overline{BC}=\overline{CD}$ [hyp]
donc $\Delta\ BDC$ est isocèle [déf « Δ isoc »]
donc <CBD= <BDC [thm « Δ isoc »]

Enfin, < CBD + < BDC + <DCB = 180 [thm « ∑αΔ=180 »]
donc 2 <CBD + 119° = 180° [substitution]
donc < CBD = 30.5° [-119° puis diviser par 2]
et <ABD = <ABC+<CBD = 61°+30.5° [subst]
= 90.5°
donc $\Delta\ ABD$ n'est pas rectangle [déf tr rect]

Exercice 29 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

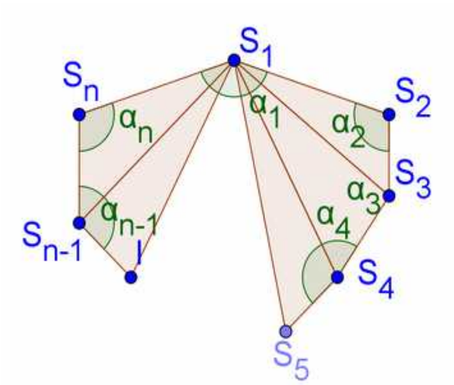
Thm : La somme des angles d'un quadrilatère vaut 360°.



Démo (on donne les arguments principaux) :

- On a $\alpha_1 + \beta + \gamma_2 = 180$ par [thm « ∑αΔ=180 »]
- On a $\alpha_2 + \delta + \gamma_1 = 180$ par [thm « ∑αΔ=180 »]
- Donc $\alpha_1 + \beta + \gamma_2 + \alpha_2 + \delta + \gamma_1 = 180 + 180 \Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \beta + \delta + \gamma_1 + \gamma_2 = 360$
- Comme $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$ et $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$, on a bien $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

Exercice 30 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



Thm : La somme des angles d'un polygone à *n* côtés vaut $(n-2) \cdot 180$

Démo (on donne les arguments principaux) :

Un polygone a *n* côtés a *n* angles inscrits $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \ldots \alpha_n$ et *n* sommets $S_1, S_2, S_3, \ldots S_n$.

Partant de S_1 on peut joindre les sommets $S_2, S_3, \ldots S_{n-1}$ pour obtenir une diagonale qui ne soit pas un côté.

On crée ainsi *n* - 2 triangles qui composent le polygone :

- le 1er triangle : $S_1 S_2 S_3$
- le 2ème triangle : $S_1 S_3 S_4$
- ...
- le (*n* – 2) triangle : $S_1 S_{n-1} S_n$

La somme totale de ces angles est donc de $(n-2) \cdot 180$

Pour lundi : • cible → ex 44

• corrigés → ex 44 distribués lundi

si nécessaire : disponibles sur le site

Exercice 31 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

Le triangle rectangle dont les cathètes sont :

- la hauteur de la pyramide (notons là x)
- la distance entre le centre de la pyramide et la fin de l'ombre de la pyramide/de Thalès projetée au sol, soit 220 + 42 = 262

et le triangle rectangle dont les cathètes sont :

- la hauteur de Thalès, soit 3,25
- la distance entre la position au sol de Thalès et la fin de l'ombre de la pyramide/de Thalès projetée au sol, soit 3

sont semblables.

On a donc, par thm de Thalès : $\frac{x}{3{,}25}=\frac{262}{3} \Leftrightarrow x=\frac{262\cdot 3{,}25}{3}=283{,}\overline{3}$ (en coudées),

soit $283{,}\overline{3}\cdot 52=14759{,}\overline{3}\, cm \simeq 147{,}6\, m$

Exercice 32 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

On a :

- $\widehat{BCA}=\widehat{DEC}$ [hypothèse]
- $\widehat{BAC}=\widehat{DAE}$ [angle commun]

- $d_{DE} \| d_{BC}$ [hypothèse]

  et $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ADE}$ sont correspondants [déf «α corr »]

  donc $\widehat{ABC}=\widehat{ADE}$ [ax «α corr »]

donc $\Delta\, ABC \sim \Delta\, ADE$ [déf «Δ sembl.»], et :

- [DE] correspond à [BC], car opposés à $\widehat{DAE}$ [déf « côtés corr. »]
- [DA] correspond à [BA], car opposés à $\widehat{DEA}=\widehat{BCA}$ [déf « côtés corr. »]
- [AE] correspond à [AC], car opposés à $\widehat{ABC}=\widehat{ADE}$ [déf « côtés corr. »]

Exercice 33 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

On a :

- $\widehat{EAD}=\widehat{BAC}$ [angle commun]
- $\widehat{AED}=90=\widehat{ACB}$ [hypothèse]

- $\widehat{EAD}+\widehat{AED}+\widehat{ADE}=180$ et $\widehat{BAC}+\widehat{ACB}+\widehat{ABC}=180$ [thm « ∑αΔ=180 »]

  donc $\widehat{BAC}+\widehat{90}+\widehat{ADE}=180$ et $\widehat{BAC}+90+\widehat{ABC}=180$ [substitution]

  $\widehat{ADE}=90-\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}=90-\widehat{BAC}$ [-90 $-\widehat{BAC}$]

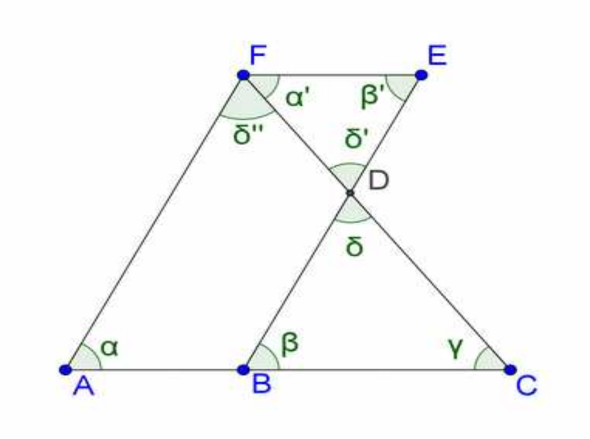
  donc $\widehat{ADE}=\widehat{ABC}$ [comparaison]

donc $\Delta\, ABC \sim \Delta\, ADE$ [déf «Δ sembl.»], et :

- [AE] correspond à [AC], car opposés à $\widehat{ADE}=\widehat{ABC}$ [déf « côtés corr. »]
- [DA] correspond à [BA], car opposés à $\widehat{DEA}=\widehat{BCA}$ [déf « côtés corr. »]
- [ED] correspond à [BC], car opposés à $\widehat{BAC}$ [déf « côtés corr. »]

Exercice 34 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]

On a :



- $d_{EF} \| d_{AC}$ [hyp]
  β et β' alt-int [déf «α alt-int»]
  donc $\beta = \beta'$ [thm «α alt-int»]
- idem pour $\gamma = \alpha'$
- δ et δ' opposés [déf «α opp»]
  donc $\delta = \delta'$ [thm «α opp»]

donc $\Delta\, BCD \sim \Delta\, EFD$ [déf «Δ sembl.»]

Et aussi :

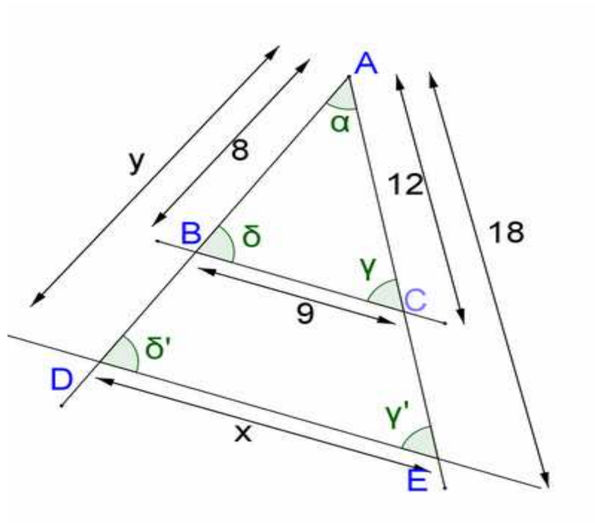
- $d_{FA} \| d_{BE}$ [hyp]
  δ et δ'', α et β correspondants [déf «α corr»]
  donc $\delta = \delta''$ et $\alpha = \beta$ [ax «α corr»]

donc $\Delta\, ACF \sim \Delta\, BCD$ [déf «Δ sembl.»]

donc $\Delta\, ACF \sim \Delta\, BCD \sim \Delta\, EFD$ [comparaison]

- $[AC]$ correspond à $[BC]$ et $[FE]$, car opposés à $\delta'' = \delta$ [déf « côtés corr. »]
- $[AF]$ correspond à $[BD]$ et $[DE]$, car opposés à $\gamma = \alpha'$ [déf « côtés corr. »]
- $[CF]$ correspond à $[CD]$ et $[FD]$, car opposés à $\alpha = \beta = \beta'$ [déf « côtés corr. »]

Exercice 35 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



On a :

- $d_{BC} \| d_{EC}$ [hyp]
  δ et δ' , γ et γ' corr. [déf «α corr»]
  donc $\delta = \delta'$ et $\gamma = \gamma'$ [ax «α corr»]
- α commun à $\Delta\, ABC$ et $\Delta\, ADE$

donc $\Delta\, ABC \sim \Delta\, ADE$ [déf «Δ sembl.»]

donc $[AB]$ correspond à $[AD]$, $[AC]$ à $[AE]$ et $[BC]$ à $[DE]$ [déf « côtés corr. »]

donc on a :

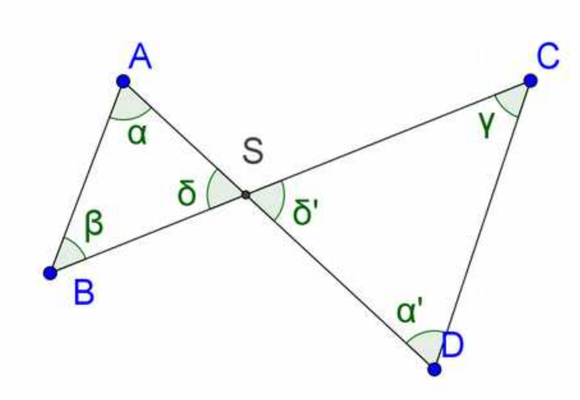
- $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}}$ [thm « Thalès »]
  $\Leftrightarrow \dfrac{8}{y} = \dfrac{12}{18} = \dfrac{9}{x}$ [substitution]

puis :

$\dfrac{12}{18} = \dfrac{9}{x} \Leftrightarrow x = \dfrac{18 \cdot 9}{12}$ [$\cdot x$ $\cdot 18$ $\div 12$], c'est-à-dire $x = \dfrac{27}{2} = \overline{DE}$ [simplification]

idem pour $y = \dfrac{18 \cdot 8}{12} = 12 = \overline{AD}$

Exercice 36 [exercice corrigé en donnant toutes les justifications détaillées]



On a :

- $d_{AB} \| d_{CD}$ [hyp]
  β et γ ; α et α' alt-int [déf «α alt-int»]
  donc β = γ et α = α' [thm «α alt-int»]
- δ et δ' opp [déf «α opp»]
  δ = δ' [thm «α opp»]

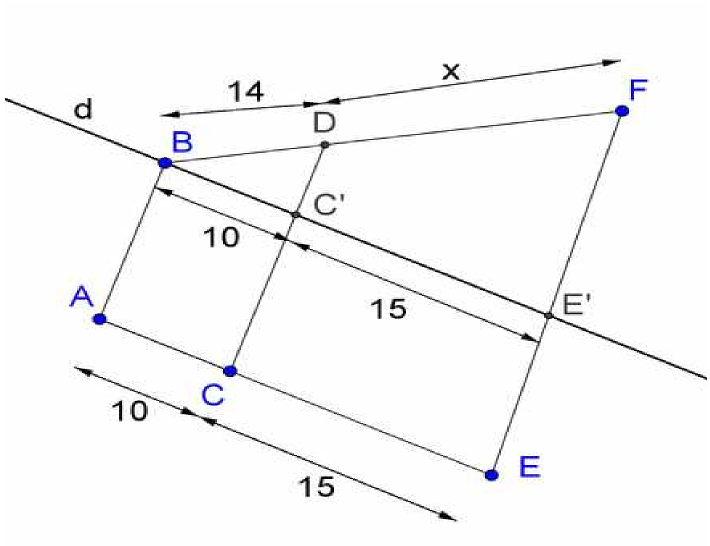
donc $\Delta\, SCD \sim \Delta\, SAB$ [déf «Δ sembl.»]
donc [AB] correspond à [CD], [AS] à [SD] et [BS] à [SC] [déf « côtés corr. »]
et donc :

- $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AS}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{BS}}{\overline{SC}}$ [thm « Thalès »]
  $\Leftrightarrow \frac{72}{96} = \frac{\overline{AS}}{72} = \frac{\overline{BS}}{84}$ [substitution]

puis :

- $\frac{72}{96} = \frac{\overline{AS}}{72} \Leftrightarrow \overline{AS} = \frac{72 \cdot 72}{96}$ [$\cdot 72$], c'est-à-dire $\overline{AS} = 54$ [simplification]
- $\frac{72}{96} = \frac{\overline{BS}}{84} \Leftrightarrow \overline{BS} = \frac{72 \cdot 84}{96}$ [$\cdot 84$], c'est-à-dire $\overline{BS} = 63$ [simplification]

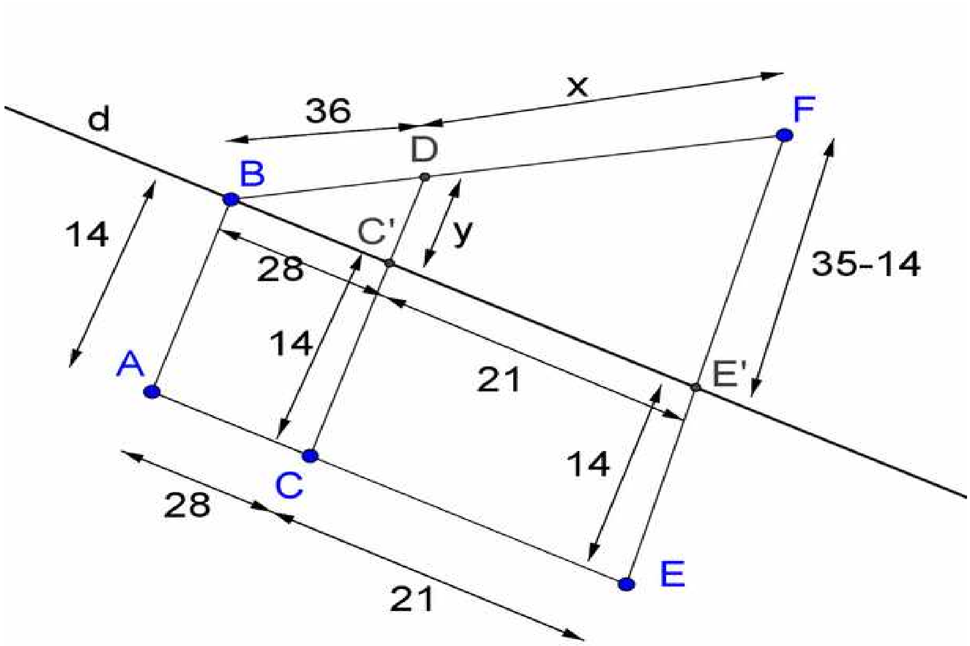
Exercice 37 [exercice corrigé en donnant les justifications détaillés relativement à l'ajout d'une nouvelle droite parallèle, et les justifications principales pour le reste des calculs]



Pas de triangle a priori ...

- on ajoute la droite $d_{BE'}$ passant par B et parallèle à d_{AE} [idée!] ; cela définit le point E
- $d_{AE} \| d_{BE'}$ [par construction]
  $d_{AB} \| d_{CD}$ et $d_{AB} \| d_{EF}$ [hyp]
  donc $ABCC'$ et $CEE'C'$ sont des parallélogrammes [déf « parallélogr. »]
  donc leurs côtés opposés sont égaux (= de longueurs égales) [thm « parallélogr. »], c'est-à-dire
  $\overline{C'E'} = \overline{CE} = 15$ et $\overline{BC'} = \overline{AC} = 10$
- comme dans les exercices précédents – on admet désormais qu'on sait le faire en détail si cela est demandé ! - on peut montrer que $\Delta\, BDC' \sim \Delta\, BFE'$
- on finit par le thm. de « Thalès » :
  $$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC'}} = \frac{\overline{BF}}{\overline{BE'}} = \frac{\overline{DC'}}{\overline{FE'}} \Leftrightarrow \frac{14}{10} = \frac{14+x}{25} = \frac{\overline{DC'}}{\overline{FE'}} \quad \text{d'où} \quad 14+x = \frac{25 \cdot 14}{10} \Leftrightarrow x = 21 = \overline{DF}$$

Exercice 38 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



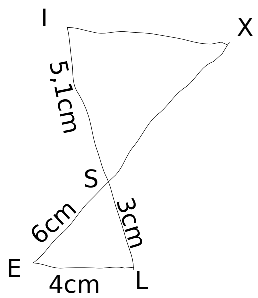
Comme dans l'exercice précédent, on peut construire *d* passant par *B* et parallèle à d_{AE} et on peut reporter les données dans les parallélogrammes *ACC'B* et *CEE'C'*.

Par le thm. de « Thalès » :

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BF}}=\frac{\overline{BC'}}{\overline{BE'}}=\frac{\overline{DC'}}{\overline{FE'}}\Leftrightarrow\frac{36}{x+36}=\frac{28}{49}=\frac{y}{35-14}\quad \text{d'où :}$$

$$x+36=\frac{49\cdot 36}{28}\Leftrightarrow x=27=\overline{DF}\ \text{ et }\ y=\frac{28\cdot 21}{49}\Leftrightarrow y=12\ \text{ donc }\ \overline{CD}=14+y=26$$

Exercice 39 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



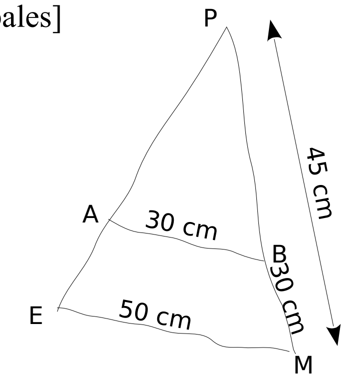
Les droites d_{LI} et d_{EX} sont sécantes en *S* [hyp]
Les droites d_{IX} et d_{EL} sont parallèles [hyp]

Donc d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{\overline{LS}}{\overline{SI}}=\frac{\overline{ES}}{\overline{SX}}=\frac{\overline{EL}}{\overline{IX}}$.

Donc : $\frac{3}{5,1}=\frac{6}{\overline{SX}}=\frac{4}{\overline{IX}}$.

Soit $\overline{SX}=\frac{6\times 5,1}{3}$ = 10,2 cm et $\overline{IX}=\frac{4\times 5,1}{3}$ = 6,8 cm.

Exercice 40 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



Les droites d_{EA} et d_{BM} sont sécantes en P [hyp]
Les droites d_{AB} et d_{EM} sont parallèles [hyp]

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{\overline{PB}}{\overline{PM}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EM}}$.

Donc en appelant x la longueur $\overline{PB}$, on obtient : $\frac{x}{x+30} = \frac{30}{50}$

<=> $50\,x = 30(x + 30)$
<=> $50\,x = 30x + 900$
<=> $20\,x = 900$
<=> $x = 45$

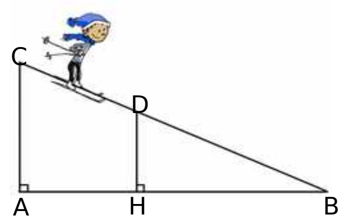
Donc $\overline{PB}$ = 45 cm.
Or $\overline{PM} = \overline{PB} + \overline{BM}$
donc $\overline{PM}$ = 75 cm.

Donc c'est FAUX.

Exercice 41 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

Les droites d_{CD} et d_{AH} sont sécantes en B.

Les droites d_{DH} et d_{CA} sont perpendiculaires à la même droite d_{AB} donc elles sont parallèles entre elles.



Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DH}}{\overline{CA}}$.

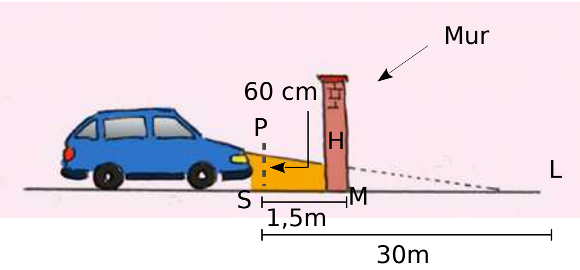
<=> $\frac{\overline{BD}}{1200} = \frac{150}{200}$.

D'où $\overline{BD} = \frac{1200 \cdot 150}{200} = 900$ m.

Il lui reste 900 mètres à parcourir.

Exercice 42 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

On rajoute quelques lettres sur le dessin pour faciliter les calculs.



Les droites d_{PH} et d_{SM} sont sécantes en L.

Il faut calculer la longueur $\overline{PS}$. On considère que la hauteur $[PS]$ et le mur sont parfaitement verticaux, c'est-à-dire que d_{PS} et d_{HM} sont parallèles.

Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\dfrac{\overline{LM}}{\overline{LS}} = \dfrac{\overline{HM}}{\overline{PS}}$.

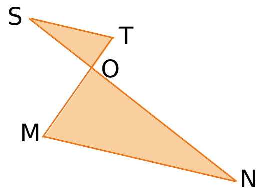
<=> $\dfrac{30-1{,}5}{30} = \dfrac{\overline{HM}}{0{,}6}$.

D'où $\overline{HM} = \dfrac{0{,}6 \cdot 28{,}5}{30} = 0{,}57$ m.

Le repère sur le mur doit donc être placé à 57 cm de hauteur.

Exercice 43 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

$\overline{OM} = 2{,}8$ cm ;
$\overline{ON} = 5{,}4$ cm ;
$\overline{OS} = 2{,}7$ cm ;
$\overline{ST} = 2{,}9$ cm ;
$\overline{MN} = 5{,}8$ cm ;
$\overline{OT} = 1{,}4$ cm.



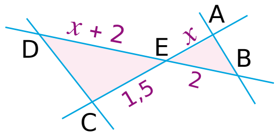
On calcule les rapports : $\dfrac{\overline{OS}}{\overline{ON}} = \dfrac{2{,}7}{5{,}4} = 0{,}5$; $\dfrac{\overline{OT}}{\overline{OM}} = \dfrac{1{,}4}{2{,}8} = 0{,}5$ et $\dfrac{\overline{MN}}{\overline{ST}} = \dfrac{5{,}8}{2{,}9} = 0{,}5$

On constate que $\dfrac{\overline{OS}}{\overline{ON}} = \dfrac{\overline{OT}}{\overline{OM}} = \dfrac{\overline{ST}}{\overline{MN}}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites d_{ST} et d_{MN} sont parallèles.

Exercice 44 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

(a) Pour $x = 2{,}5$, les droites d_{AB} et d_{CD} ne sont pas parallèles.
Vrai ou faux ? Expliquer la démarche.



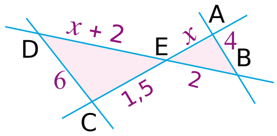
D'une part, $\dfrac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = \dfrac{2{,}5+2}{2} = \dfrac{4{,}5}{2} = \dfrac{9}{4}$.

D'autre part, $\dfrac{\overline{EC}}{\overline{EA}} = \dfrac{1{,}5}{2{,}5} = \dfrac{3}{5}$.

On constate que $\dfrac{\overline{ED}}{\overline{EB}} \neq \dfrac{\overline{EC}}{\overline{EA}}$.

Donc, d'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites d_{AB} *et* d_{CD} ne sont pas parallèles.
Ainsi l'affirmation est VRAIE.

(b) Pour $x = 1$, les droites d_{AB} *et* d_{CD} *ne* sont pas parallèles.
Vrai ou faux ? Expliquer la démarche.



On a : $\dfrac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2}$; $\dfrac{\overline{EC}}{\overline{EA}} = \dfrac{1{,}5}{1} = \dfrac{3}{2}$ et $\dfrac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$

On constate que $\dfrac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = \dfrac{\overline{EC}}{\overline{EA}} = \dfrac{\overline{DC}}{\overline{AB}}$.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites d_{AB} *et* d_{CD} sont parallèles.
Ainsi l'affirmation est FAUSSE.

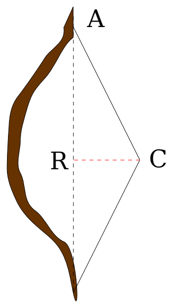
Exercice 45 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

La longueur minimum de cette échelle correspond à la longueur de l'hypoténuse du triangle $\Delta\, SOE$ rectangle en O schématisé ci-dessus.

D'après le théorème de Pythagore :
$\overline{SE}^2 = \overline{OS}^2 + \overline{OE}^2$
$\Leftrightarrow \quad \overline{SE}^2 = 3{,}5^2 + 1{,}15^2$
$\Leftrightarrow \quad \overline{SE}^2 = 13{,}5725$
$\Leftrightarrow \quad \overline{SE} = \sqrt{13{,}5725}$
$\Leftrightarrow \quad \overline{SE} \approx 3{,}68$ m

L'échelle doit donc mesurer au moins 3,68 m.

Exercice 46 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



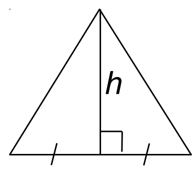
(a) Dans le triangle $\Delta\, ARC$ rectangle en R (voir les notations ci-contre), d'après le théorème de Pythagore :
$\overline{AC}^2 = \overline{AR}^2 + \overline{RC}^2$
$\Leftrightarrow \quad \overline{AC}^2 = 30^2 + 11^2 = 1021$
$\Leftrightarrow \quad \overline{AC} \approx 32$ cm

La nouvelle longueur de la corde est donc d'environ 64 cm.

(b) Lorsque l'écartement est de 8 cm, alors la corde mesure 68 cm, et donc $\overline{AC} = 34$ cm. On a donc dans ce cas, d'après le théorème de Pythagore :
$\overline{AC}^2 = \overline{AR}^2 + \overline{RC}^2$
$\Leftrightarrow 34^2 = 30^2 + \overline{RC}^2$
$\Leftrightarrow \overline{RC}^2 = 34^2 - 30^2 = 256$
$\Leftrightarrow \quad \overline{RC} = \sqrt{256} = 16$ cm

L'écartement maximal conseillé est de 16 cm.

Exercice 47 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]



Comme le triangle est équilatéral, chacune de ses hauteurs est aussi une médiane.

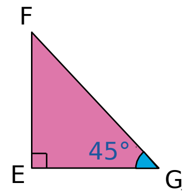
Donc, si on note h la hauteur du triangle, on a , d'après le théorème de Pythagore :
$7^2 = h^2 + 3{,}5^2$
$\Leftrightarrow \quad h^2 = 7^2 - 3{,}5^2$
$\Leftrightarrow \quad h^2 = 36{,}75$
$\Leftrightarrow \quad h = \sqrt{36{,}75} \approx 6{,}1$ cm

L'aire du triangle vaut : $\dfrac{7 \cdot h}{2} \approx \dfrac{7 \cdot 6{,}1}{2} = 21{,}35$
donc environ 21,35 cm².

Exercice 48 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

D'après le théorème « somme des angles d'un Δ =180° » :
$\widehat{EFG}=180°-\widehat{GEF}-\widehat{EGF}=180°-90°-45°=45°$.

▫ comme $\widehat{EFG}=\widehat{EGF}$, alors, par le théorème « Triangles isocèles », le triangle ΔEFG est isocèle avec $\overline{EF}$ = $\overline{EG}$ = 7 cm.



▫ le triangle ΔEFG est rectangle en *E*, son hypoténuse est le côté [*FG*].
Donc d'après le théorème de Pythagore :
$\overline{FG}^2=\overline{EF}^2+\overline{EG}^2$ = 7² + 7² = 98 ⇔ $\overline{FG}$ = $\sqrt{98}$ ≈ 9,9 cm.

Exercice 49 [exercice corrigé en donnant les justifications principales]

(a) Dans le triangle ΔXYZ , le plus long côté est [*XY*].

▫ d'une part : $\overline{XY}^2$ = 29,8² = 888,04
▫ d'autre part : $\overline{YZ}^2$ + $\overline{XZ}^2$ = 28,1² + 10,2² = 893,65

On constate que $\overline{XY}^2 \neq \overline{YZ}^2+\overline{XZ}^2$.

D'après la contraposée du le théorème de Pythagore, le triangle ΔXYZ n'est pas rectangle.

(b) Dans le triangle ΔALE , le plus long côté est [*AL*].

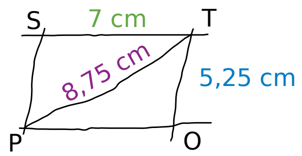
▫ d'une part : $\overline{AL}^2$ = 13,1² = 171,61
▫ d'autre part : $\overline{\mathrm{LE}}^2$ + $\overline{EA}^2$ = 11,2² + 6,6² = 169

On constate que $\overline{AL}^2 \neq \overline{\mathrm{LE}}^2+\overline{EA}^2$.

D'après la contraposée du le théorème de Pythagore, le triangle ΔALE n'est pas rectangle.

Exercice 50

Comme le quadrilatère *STOP* est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur (par le théorème non démontré sur la longueur des côtés opposés d'un parallélogramme), et donc :
$\overline{SP}$ = $\overline{\mathrm{TO}}$ = 5,25 cm.



Dans le triangle ΔSTP , le plus long côté est [*TP*].

▫ d'une part : $\overline{TP}^2$ = 8,75² = 76,562 5
▫ d'autre part :
$\overline{SP}^2$ + $\overline{ST}^2$ = 5,25² + 7² = 76,562 5

On constate que $\overline{TP}^2=\overline{SP}^2+\overline{ST}^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ΔSTP est rectangle en *S*.
Comme le parallélogramme *STOP* a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Exercice 51

Diagonale orange : x

Le triangle orange est rectangle. D'après le th. de Pythagore : $1^2+1^2=x^2$ <=> $x=\pm\sqrt{2}$
=> $x=\sqrt{2}$ car x est une longueur

Diagonale bleue : y
$x^2+1^2=y^2 \Leftrightarrow 2+1=y^2 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{3}$ => $y=\sqrt{3}$

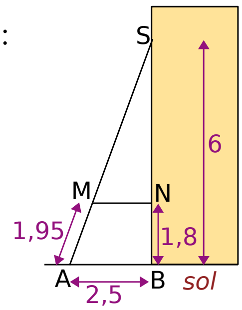
Diagonale verte : z
$y^2+1^2=z^2 \Leftrightarrow 3+1=z^2 \Leftrightarrow z=\pm\sqrt{4}$ => $z=2$

Diagonale rose : u
$z^2+1^2=u^2 \Leftrightarrow 4+1=u^2 \Leftrightarrow u=\pm\sqrt{5}$ => $u=\sqrt{5}$

Aire du carré bleu : $u^2 = 5$ cm²
Même chose…

Exercice 52

(a) ABS est un triangle rectangle donc d'après le théorème de Pythagore, on a :



$\overline{AS}^2 = \overline{AB}^2$ ó $\overline{BS}^2$
$\overline{AS}^2 = 2{,}5^2$ ó 6^2
$\overline{AS}^2 = 6{,}25$ ó 36
$\overline{AS}^2 = 42{,}25$
Donc $\overline{AS} = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$ m.

(b) $\overline{SM} = 7{,}5 - 1{,}95 = 4{,}55$ m et $\overline{SN} = 6 - 1{,}8 = 4{,}2$ m.

(c) Les points S, M, A d'une part et S, N, B d'autre part sont alignés dans le même ordre.

D'une part, $\dfrac{\overline{SN}}{\overline{SB}} = \dfrac{4{,}2}{6} = 0{,}7$.

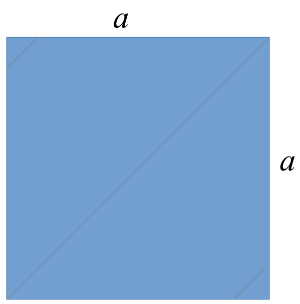
D'autre part, $\dfrac{\overline{SM}}{\overline{SA}} = \dfrac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7$.

On constate que $\dfrac{\overline{SN}}{\overline{SB}} = \dfrac{\overline{SM}}{\overline{SA}}$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites MN et AB sont parallèles.

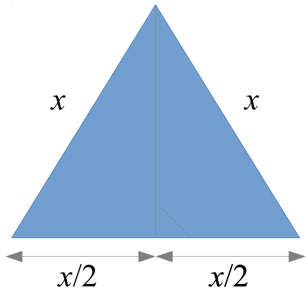
La traverse est bien parallèle au sol.

Exercice 53



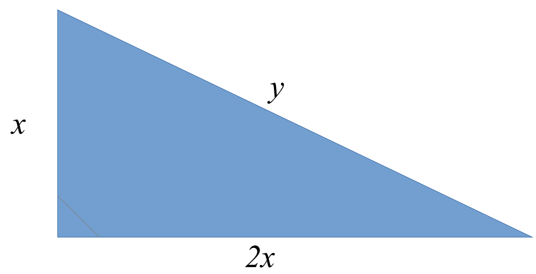
- Par le thm. de « Pythagore » : $a^2+a^2=12^2 \Leftrightarrow 2a^2=144 \Leftrightarrow a=\pm\sqrt{72}$.
- a doit être positif, donc $a=\sqrt{72}=\sqrt{2\cdot 36}=6\sqrt{2}$
- Aire : $a^2=72\,[\text{cm}]^2$
- Périmètre : $4a=24\sqrt{2}\,[\text{cm}]$

Exercice 54



- Par le thm. de « Pythagore » :
  $x^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=h^2 \Leftrightarrow h^2=x^2-\frac{x^2}{4} \Leftrightarrow h^2=\frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow h=\pm\sqrt{\frac{3x^2}{4}} \Leftrightarrow h=\frac{\pm\sqrt{3}x}{2}$
- h doit être positif, donc $h=\frac{\sqrt{3}x}{2}=\frac{\sqrt{3}\cdot 10}{2}=5\sqrt{3}\ [\text{cm}]$
- Donc l'aire : $A=\frac{xh}{2}=\frac{10\cdot 5\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}\ [\text{cm}]^2$

Exercice 55



- Par le thm. de « Pythagore » :
  $y^2=x^2+(2x)^2 \Leftrightarrow y^2=5x^2 \Leftrightarrow y=\pm\sqrt{5}x$ donc $y=\sqrt{5}x$ car y doit être positif.
- $\frac{y}{x}=\frac{\sqrt{5}x}{x}=\sqrt{5}$ L'hypoténuse contient $\sqrt{5}$ fois la plus petite des cathètes.