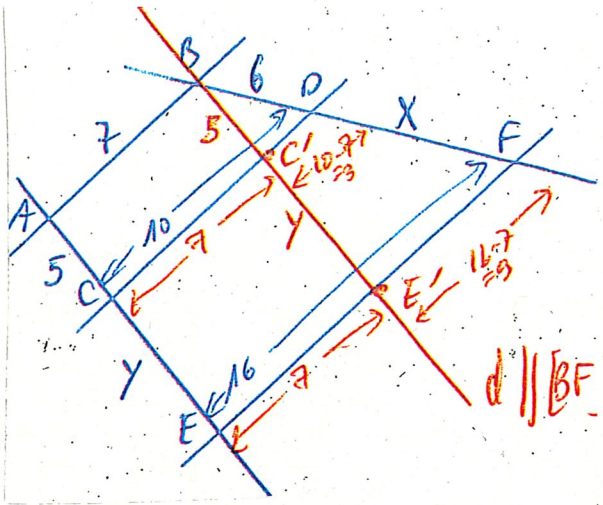
Partie II



ex 1

- on trace $d \parallel [BF]$ (ou $d \parallel d_{BF}$), car [idée]
- $d_{AB} \parallel d_{CB}$ et $d_{CD} \parallel d_{EF}$, car [hypothèse]

donc $ACC'B$, $AEE'B$ et $CEE'C'$ sont parallélogrammes, car [déf "parallélogr"]

donc $\overline{BC'} = \overline{AC}$, $\overline{C'E'} = \overline{CE}$ car [thm "parallélogr"]
$\overline{AB} = \overline{CC'} = \overline{EE'}$

or on a : $\overline{AC} = 5$, car [hyp]
d'où $\overline{BC'} = 5$; car [substitution]
et : $\overline{AB} = 7$, car [hyp]
d'où $\overline{CC'} = \overline{EE'} = 7$ [substitution]
et enfin : $\overline{C'D} = \overline{CD} - \overline{CC'}$
$= 10 - 7$ [hyp + substitution]
$= 3$
$\overline{E'F} = \overline{EF} - \overline{EE'}$
$= 16 - 7$ [hyp + subst.]
$= 9$

- $\widehat{BC'D}$ et $\widehat{BE'F}$ correspondants [déf "∠ corr."]
  $d_{C'D} \parallel d_{E'F}$ [hyp]
  donc $\widehat{BC'D} = \widehat{BE'F}$ [ax "∠ corr"]
- idem pour dire que $\widehat{C'DB} = \widehat{E'FB}$
- $\widehat{DBC'}$ commun

↳ $\triangle BC'D$ et $\triangle BE'F$ sont semblables [déf "△ ~"]

↳ $\overline{BC'}$ et $\overline{BE'}$ sont côtés correspondants, car opposés au même angle
$\overline{BD}$ et $\overline{BF}$ " " " " " " " [déf "côtés corresp"]
$\overline{C'D}$ et $\overline{E'F}$ " " " " " " "

↳ $\dfrac{\overline{BE'}}{\overline{BC'}} = \dfrac{\overline{BF}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{E'F}}{\overline{C'D}}$ [thm Thalès]

$\Leftrightarrow \dfrac{6+x}{6} = \dfrac{5+y}{5} = \dfrac{9}{3}$ [substitution]

d'où $\dfrac{6+x}{6} = \dfrac{9}{3}$

$\Leftrightarrow 3(6+x) = 6 \cdot 9$ [$\cdot 3$ et $\cdot 6$]
$\Leftrightarrow 18 + 3x = 54$ [distributivité]
$\Leftrightarrow 3x = 36$ [-18]
$\Leftrightarrow x = 12$ [$\div 3$]

càd $\overline{DF} = 12$

et $\dfrac{5+y}{5} = \dfrac{9}{3}$

$\Leftrightarrow 3(5+y) = 5 \cdot 9$
$\Leftrightarrow 15 + 3y = 45$ (mêmes arguments)
$\Leftrightarrow 3y = 30$
$\Leftrightarrow y = 10$

$y = \overline{CE} = 10$

Ex 2 a) ΔABC rect. en B [hyp]

donc $\overline{AC}^2 = 12^2 + 4^2$ [thm Pyth]

$= 160$

càd $\overline{AC} = \pm\sqrt{160} = \pm 4\sqrt{10}$

$\overline{AC}$ longueur, donc $\overline{AC} = +4\sqrt{10}$

b) Il faut tester dans ΔACD si $\widehat{DCA} = 90°$ ...

$(2\sqrt{58})^2 \overset{?}{=} (\sqrt{72})^2 + (\sqrt{160})^2$

$\Leftrightarrow 4 \cdot 58 \overset{?}{=} 72 + 160$

$\Leftrightarrow 232 \overset{?}{=} 232$

oui, donc ΔACD est rectangle en A [thm réciproque Pyth]

càd $\widehat{DAC} = 90°$