

Théorème « Cercle de Thalès »

Si c est un cercle de centre C , $[AB]$ un diamètre de c et P un point de c n'appartenant pas à $[AB]$, alors $\angle APB$ est droit

Démonstration:

On ajoute le segment $[CP]$ [.....]

Posons $\gamma = \angle APC$, $\alpha = \angle CAP$, $\beta = \angle PBC$, $\delta = \angle CPB$, $\epsilon = \angle PCA$, $\epsilon' = \angle BCP$

- $\overline{CA} = \overline{CP} = \dots$, car [.....]
donc $\triangle OPA$ et $\triangle OBP$ sont isocèles, car [.....]
donc $\alpha = \gamma$ et $\beta = \delta$, car [.....]
- $\epsilon + \alpha + \gamma = 180$, car [.....]
 $\epsilon = 180 - \alpha - \gamma$, car [.....]
 $= 180 - 2\gamma$, car [.....]
- de même pour voir que $\epsilon' = 180 - 2\delta$
◦ $\epsilon + \epsilon' = 180$, car [.....]
d'où $\epsilon = 180 - \epsilon'$, car [.....]
◦ $[180 - 2\gamma] = 180 - [180 - 2\delta]$, car [.....]
 $\Leftrightarrow 180 - 2\gamma = 180 - 180 + 2\delta$, car [.....]
 $\Leftrightarrow 180 - 2\alpha = 2\delta$
 $\Leftrightarrow 180 = 2\alpha + 2\delta$, car [.....]
 $\Leftrightarrow 180 = 2(\alpha + \delta)$, car [.....]
 $\Leftrightarrow 90 = \alpha + \delta$, car [.....]

CQFD