Théorème « Angles au centre et inscrit »

Si *c* est un cercle de centre *C*, α un angle au centre et β un angle inscrit qui interceptent le même arc, alors $\alpha = 2\beta$

Démonstration (en trois étapes) :

Posons *A, B* et *D* trois points du cercle, *C* son centre, $\alpha = \widehat{ACD}$ l'angle au centre et $\beta = \widehat{ABD}$ l'angle inscrit qui intercepte le même arc

Cas 1 : une des demi-droites qui définissent α et β est un diamètre du cercle

- [*BD*] est un diamètre, car […………………………………………………………………...….]
- $\overline{BC} = \overline{CA}$, car […………………………………………...………………………....….]

  donc ΔCAB est …………………, car [………………………………………………..……]

  donc $\widehat{CAB}$ = ………………………, car […………………………………………………]
- $\widehat{BCA}$ + $\widehat{CAB}$ + ……….. = …………., car [……………………………...……………]

  donc $\widehat{BCA}$ = …………………………., car [………………………..…...………………]
- par ailleurs, $\widehat{BCA}$ +…….. = 180°, car [………………………......…..…………]

  donc $\widehat{BCA}$ = ……………………., car [……………………………......……………]
- on conclut : ….. = …… , car [……………………………………..…………...…...…]

On trace la droite d_{BC} et on note I l'intersection de d_{BC} avec l'arc AD.

Cas 2 : I appartient au secteur ACD

- et on note $\alpha_1 = \widehat{ACI}$, $\alpha_2 = \widehat{ICD}$, β_1 = ………….. et β_2 = …………..
- on a : $\alpha_1 = 2\cdot$........... et $\alpha_2 = 2\cdot$........... , car [……………………...…..……………...……...…]

  d'où : $\alpha_1 + \alpha_2 =$................ , car […………………...……………………...…………...……...…]

  $\alpha_1 + \alpha_2 = 2\cdot$ .... , car [……………………….………………..………….....……...…]

  c'est-à-dire $\alpha = 2\cdot$........... , car [………………………..……………..…..…………...……...…]

Cas 3 : I n'appartient pas au secteur ACD

- on note $\alpha_1 = \widehat{ICA}$, $\beta_1 = \widehat{IBA}$, α_2 = ………….. et β_2 = …………..
- on a : $\alpha_1 = 2\cdot$........... , car […………………...……………………...…………...……...…]

  et aussi : , $\alpha_2 = 2\cdot$........... car […………………...……………...………………………...…]
- donc $\alpha_2 - \alpha_1 =$........................ , car […………………...……………...……...…...……...…]

  $= 2\cdot($...........$)$, car [……………………….……………..…..……………….…...…]
- c'est-à-dire : c'est-à-dire $\alpha = 2\cdot$........... , car […………………..…..…………...……...…]