

Exercices de préparation à la semestrielle de mathématiques de Ma1

Question 1 (détails de calculs)

(a) Résoudre et donner les solutions en valeurs exactes et simplifiées au maximum :

i. $x^2 - 3x = -4$

ii. $3x^2 = 6x + 1$

(b) Factoriser le plus possible

i. $7x^2 + 5x - 2$

ii. $3(x-1)^2 - 9(x-1)$

iii. $7a^3b^2c - 14a^2b^2c^2 + 28ab^3c$

iv. $(5x+4)(9x-5) - (12x+7)(5x+4)$

v. $49x^2 + 28x + 4$

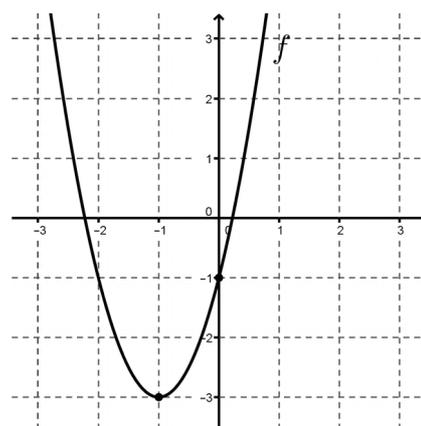
vi. $x^2 + 5x - 14$

Question 2 (détails de calculs)

Pour la fonction f définie par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, donner l'ordonnée à l'origine, l'ensemble des zéros, l'axe de symétrie, le sommet et la représenter graphiquement de façon précise.

Question 3 (détails de calculs)

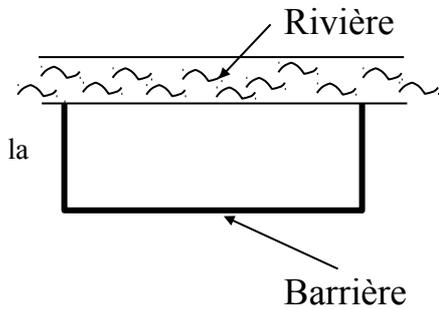
Voici une représentation graphique d'une fonction f du deuxième degré ; sa courbe représentative contient le point $(0 ; -1)$ et $(-1 ; -3)$ est son sommet :



Déterminer les 3 formes (factorisée, développée et canonique) de f .

Question 4 (détails de calculs)

Avec 300m de grillage, on clôture un terrain rectangulaire d'aire la plus grande possible et dont la longueur s'appuie sur le bord d'une rivière rectiligne, ce côté ne nécessitant pas de grillage. On appelle x la largeur du terrain (la longueur est plus grande que la largeur).

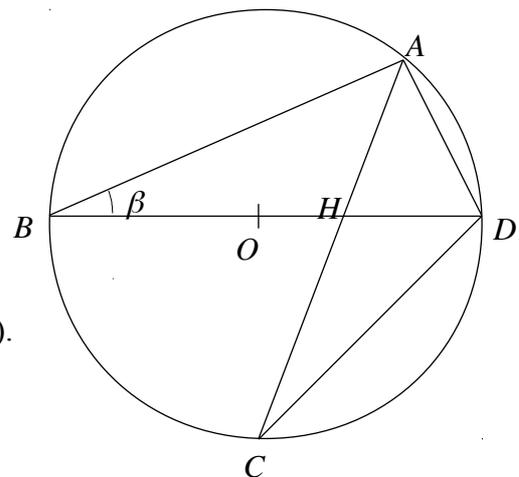


- Montrer que la longueur du terrain est $300-2x$ puis déterminer le domaine des valeurs intéressantes pour le problème (D_{vipp})
- Montrer que l'aire du terrain à clôturer en fonction de x est donnée par $f(x) = -2x^2+300x$
- En déduire la largeur x à prendre pour que le terrain soit d'aire maximale. Préciser alors cette aire et la longueur correspondante.
- Interpréter graphiquement tout le problème.

Question 5 (justifications détaillées – niveau 3)

Dans le cercle ci-contre de centre O et de diamètre $[BD]$,

H est le point d'intersection de $[AC]$ et $[BD]$, et on a :
 $\beta = 21^\circ$, $\overline{AB} = 144$, $\overline{AH} = 60$, $\overline{DH} = 50$.

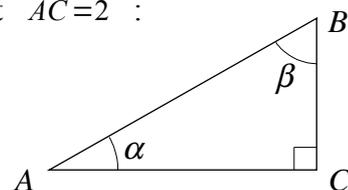


- Quelle est la particularité du triangle $\triangle ABD$?
Justifier !
- Calculer la longueur du diamètre $[BD]$ (au centième).
- Calculer l'angle \widehat{AOD} et justifier.
- Les triangles $\triangle ABH$ et $\triangle CDH$ sont-ils semblables ?
Justifier précisément.
- Calculer la longueur \overline{CD} au centième, en justifiant toutes les étapes.
- Calculer l'aire du triangle $\triangle OAD$ au centième.

Question 6 (détails de calculs)

On considère un triangle $\triangle ABC$ rectangle en C avec $\alpha = 30^\circ$ et $\overline{AC} = 2$:

Calculer en valeur exacte le périmètre de ce triangle.



Question 7

Vrai ou faux ? Justifier.

(a) « Si deux triangles sont rectangles, alors ils sont semblables »

(b) « Si deux triangles sont équilatéraux, alors ils sont isocèles »

(c) Soit $\alpha \in]0; 90[$, alors :

i. $\sin(\alpha) = \cos(90 - \alpha)$

ii. $\cos(2\alpha) = 2\cos(\alpha)$

iii. $\cos(\alpha - 90) = \cos(\alpha)$

iv. $\sin(\alpha^2) = \sin^2(\alpha)$

v. $\tan(\alpha) = \sin(\alpha) - \cos(\alpha)$

vi. $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

vii. $\sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha) = 1$

viii. $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

Question 8 (détails de calculs)

Pour cet exercice, les calculs détaillés suffisent.

On considère un rectangle de côtés 5cm par 8 cm.

(a) Calculer l'angle entre une diagonale et les deux côtés du rectangle qui lui sont adjacents.

(b) Calculer l'angle (aigü) entre les deux diagonales.

On considère un parallélogramme de côtés 5cm par 8 cm et dont un angle entre les deux côtés est égal à 30°

(c) * Calculer la longueur de la petite diagonale. Donner une réponse exacte et arrondie au centième.

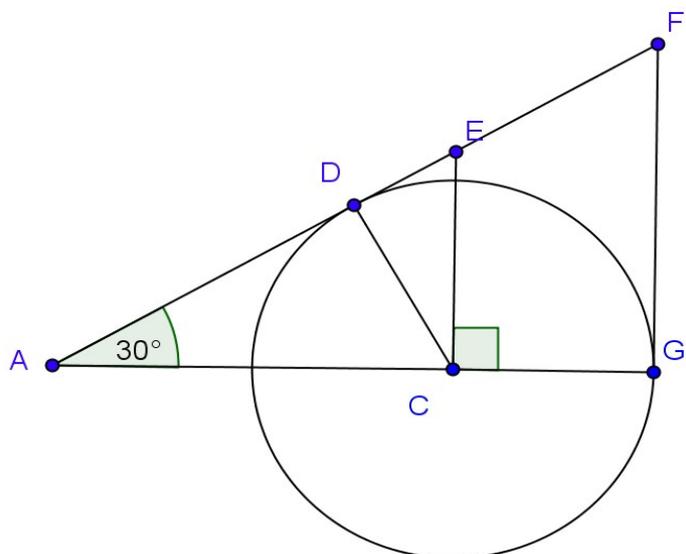
(d) * Calculer la longueur de la grande diagonale. Donner une réponse exacte et arrondie au centième.

Question 9 (détails de calculs)

Soit un cercle de centre C et de rayon 6.
De A , un point extérieur au cercle, part une demi-droite issue de A et passant par F tangente au cercle ; D est le point de contact.

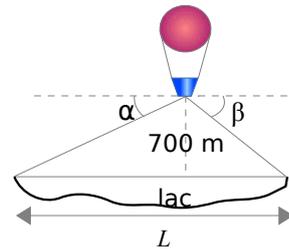
On a un triangle $\triangle CAD$, un triangle $\triangle CAE$ avec $[CE]$ perpendiculaire à $[CA]$, et un triangle $\triangle AGF$ avec G un point commun à $[CA]$ et la tangente $[GF]$.

Calculer les longueurs des trois côtés de ces trois triangles.

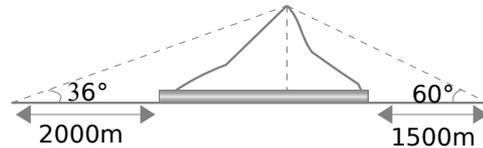


Question 10 (détails de calculs)

Un ballon vole à une altitude de 700 m en survolant un lac. Si les angles de dénivellation des rives du lac sont $\alpha = 48^\circ$ et $\beta = 39^\circ$, trouver la largeur L du lac.

*Question 11 (détails de calculs)*

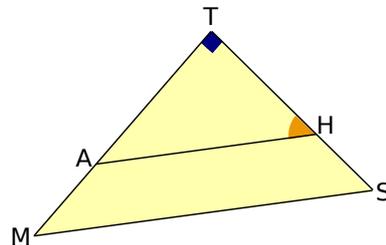
On doit percer un tunnel pour une nouvelle autoroute à travers une montagne de 3225 m de haut. À une distance de 2000 m de la base de la montagne l'angle d'élévation est de 36° . Sur l'autre face, l'angle d'élévation à une distance de 1500 m est de 60° .



Calculer la longueur du tunnel.

Question 12 (détails de calculs)

On considère le triangle $\triangle MTS$ tel que $\overline{MS} = 23\text{cm}$ et $\overline{TM} = 15\text{cm}$. Les droites d_{AH} et d_{MS} sont parallèles.



- Écrire les rapports de longueurs qui sont égaux en justifiant.
- Écrire la relation donnant le sinus de l'angle \widehat{AHT} .
- Déduire des questions a. et b. la mesure arrondie au degré de l'angle \widehat{AHT} .